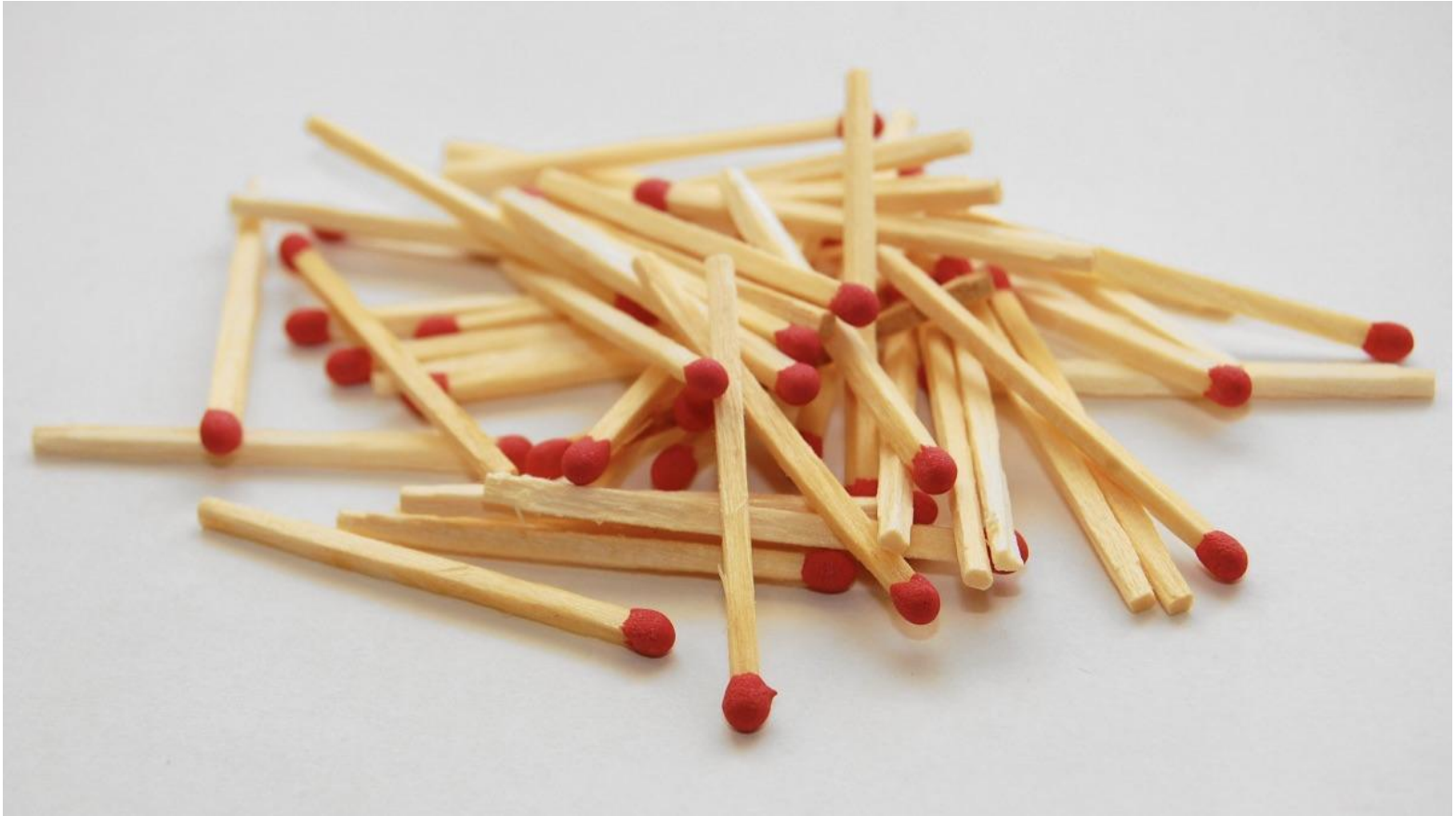




Compter avec des allumettes



Le problème :

Etant donné un entier positif, trouvez le nombre minimum d'allumettes nécessaires pour le représenter en utilisant les opérations (+) et (x) qui demandent chacune 2 allumettes.

Par exemple:

$19 \rightarrow |||x|||++| \rightarrow 14 \text{ allumettes}$



Idée de base

Le calcul de $\text{nbAllumettes}(n)$ nécessite de connaître certaines valeurs comme

- $\text{nbAllumettes}(n / d)$
- $\text{nbAllumettes}(n \% d)$
- $\text{nbAllumettes}(d)$

pour certains diviseurs d

Cela implique de réeffectuer un grand nombre de fois le même calcul -> gaspillage et lenteur



Ne pas recalculer: mémoriser

- Solution: mémoriser le résultat de chaque calcul déjà effectué, par exemple dans un Map

```
public static int nbAllumettes(int n) {  
    if (map.containsKey(n))  
        return map.get(n);  
    //  
    // Si pas déjà fait, on calcule 1 fois la Valeur...  
    //  
    map.put(n,result); // ...qu'on mémorise pour une autre fois  
    return result;  
}
```



Division Euclidienne

$$n = \text{diviseur} \times \text{quotient} + \text{reste} \quad (19 = 3 \times 6 + 1)$$

Si $\text{reste} = 0$

$$\text{nbA}(n) = \min(n, \text{nbA}(\text{diviseur}) + \text{nbA}(\text{quotient}) + 2)$$

Si $\text{reste} \neq 0$

$$\text{nbA}(n) = \min(n, \text{nbA}(\text{diviseur}) + \text{nbA}(\text{quotient}) + \text{nbA}(\text{reste}) + 4)$$

$$\text{diviseur} \in [2.. \sqrt{n}]$$

(spoiler page suivante)



Bravo Rasha

```
public static int nbAllumettes(int n) {  
    if (map.containsKey(n))  
        return map.get(n);  
    int result = n;  
    int x;  
    for (int d = 2 ; d <= n/d; ++d) {  
        x = nbAllumettes(d) + nbAllumettes(n / d) + 2;  
        if (n % d != 0)  
            x += nbAllumettes(n % d) + 2;  
        if (x < result)  
            result = x;  
    }  
    map.put(n,result);  
    return result;  
}
```



Quelques exemples

- $179 = 5 \times 5 \times 7 + 4 \rightarrow 27$
- $719 = (4 \times 4 + 1) \times 6 \times 7 + 5 \rightarrow 37$
- $351,287 = (4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 7 + 1) \times 7 \times 7 + 6 \rightarrow 66$
- $9,736,187 = (5 \times 5 \times 5 \times 5 + 1) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 4 \times 4 \times 4 + 1) + 3 \times 3 \rightarrow 85$
- $100,000,000 \rightarrow 78$
- $1,000,000,000 \rightarrow 89$



*Félicitations à tous les
participants*