Logiques

$\top$: le **vrai**, 1

$\bot$: le **faux**, 0 (ex. : "$0 = 1$")

$p, q, r, \ldots$: les variables propositionnelles

$A, B, C, \ldots$: les formules (expressions bien formées)

$\neg A$: la **négation** de A

$A \to B$: l'**implication**, A implique B $\quad = \neg A \vee B$ (aussi noté $\Rightarrow$)

$A \leftrightarrow B$: l'**équivalence**, si et seulement si (aussi noté $\iff$, ssi)

$A \wedge B$: la conjonction, A **et** B (aussi noté &)

$A \vee B$: la disjonction, A **ou** (inclusif) B

$\forall x\ P(x)$: quantificateur universel, **pour tout** x qui vérifie P $\quad = \neg\exists x\ \neg P(x)$

$\exists x\ P(x)$: quantificateur existentiel, **il existe** x qui vérifie P $\quad = \neg\forall x\ \neg P(x)$

$\overset{\triangle}{\iff}$: ssi par définition

A	0	0	1	1
B	0	1	0	1
$\neg A$	1		0	
$A \to B$	1	1	0	1
$A \leftrightarrow B$	1	0	0	1
$A \wedge B$	0	0	0	1
$A \vee B$	0	1	1	1

	formules vraies ($\vDash F$)	formules fausses
formules démontrables ($\vdash F$)	**axiomes** → F **démonstration** de F	**correction** ssi case vide (ce qui est démontrable est vrai)
formules indémontrables	**complétude** ssi case vide (ce qui est vrai est démontrable)	

F alors $\neg F$ **consistance** (tiers exclu, pas de contradiction)

Logiques modales

$\Box A$: nécessité, prouvabilité, croyance $\quad = \neg\Diamond\neg A$

$\Diamond A$: possibilité, consistance $\quad = \neg\Box\neg A$

$\boxdot A$: connaissabilité $\quad = \Box A \wedge A$

$\circledcirc A$: observabilité $\quad = \Box A \wedge \Diamond A$

$\circledcirc A$: sensibilité $\quad = \Box A \wedge \Diamond A \wedge A$

$\Box A$	$\neg\Diamond A$
$\neg\Diamond\neg A$	$\Box\neg A$
nécessaire	impossible
$\Diamond A$	$\neg\Box A$
$\neg\Box\neg A$	$\Diamond\neg A$
possible	contingent

Ensembles de nombres

$\mathbb{P}$: l'ensemble des nombres premiers $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, \ldots\}$

$\mathbb{N}$: l'ensemble des nombres **naturels** $\{0, 1, 2, 3, \ldots\}$

$\mathbb{Z}$: l'ensemble des nombres **entiers** (relatifs) $\{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$

$\mathbb{Q}$: l'ensemble des nombres **rationnels** $\{{}^{n}\!/_{d} \mid n \in \mathbb{Z}, d \in \mathbb{N}_*\}$ (les fractions)

$\mathbb{R}$: l'ensemble des nombres **réels** (les rationnels "complétés" des irrationnels)

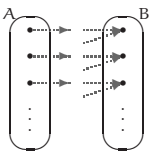
$\mathbb{C}$: l'ensemble des nombres **complexes** $\{a + ib \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ où $i^2 = -1$

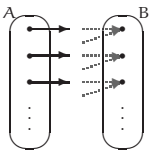
Avec une $_*$, on exclut le 0. Par ex. : $\mathbb{N}_* = \{1, 2, 3, \ldots\}$

Fonctions

$f : A \longrightarrow B$ (**fonction** de l'ensemble A dans l'ensemble B)

$x \longmapsto f(x)$



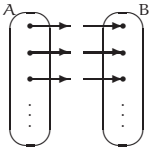


B^A : ensemble des **applications** (**fonctions totales**, partout définies) de A dans B

Une **bijection** de A dans B est une application

injective (un élément de B ne peut être atteint que par une seule flèche)

et **surjective** (tous les éléments de B sont atteints)



Programmes

$0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \ldots$ énumération des naturels

$\downarrow$ bijection

$P_0 \quad P_1 \quad P_2 \quad P_3 \ldots$ énumération des programmes (dans le langage universel choisi)

$\downarrow$ surjection

$\varphi_0 \quad \varphi_1 \quad \varphi_2 \quad \varphi_3 \ldots$ énum. des fonctions calculables (φ_i = fonction calculée par le programme P_i)

$\downarrow$ surjection

$W_0\ W_1\ W_2\ W_3 \ldots$ énum. des ensembles récursivement énumérables ($W_i = \text{dom}\ \varphi_i$)