

Logiques

\top : le **vrai**, 1

\perp : le **faux**, 0 (ex. : "0 = 1")

p, q, r, \dots : les variables propositionnelles

A, B, C, \dots : les formules (expressions bien formées)

$\neg A$: la **négation** de A

$A \rightarrow B$: l'**implication**, A implique B = $\neg A \vee B$ (aussi noté \Rightarrow)

$A \leftrightarrow B$: l'**équivalence**, si et seulement si (aussi noté \iff , ssi)

$A \wedge B$: la **conjonction**, A **et** B (aussi noté $\&$)

$A \vee B$: la **disjonction**, A **ou** (inclusif) B

$\forall x P(x)$: quantificateur universel, **pour tout** x qui vérifie P = $\neg \exists x \neg P(x)$

$\exists x P(x)$: quantificateur existentiel, **il existe** x qui vérifie P = $\neg \forall x \neg P(x)$

\trianglelefteq : ssi par définition

A	0	0	1	1
B	0	1	0	1
$\neg A$	1		0	
$A \rightarrow B$	1	1	0	1
$A \leftrightarrow B$	1	0	0	1
$A \wedge B$	0	0	0	1
$A \vee B$	0	1	1	1

	formules vraies ($\models F$)	formules fausses
formules démontrables ($\vdash F$)	axiomes démonstration de F	correction ssi case vide (ce qui est démontrable est vrai)
formules indémonstrables	complétude ssi case vide (ce qui est vrai est démontrable)	

F alors $\neg F$
consistance (tiers exclu, pas de contradiction)

Logiques modales

$\Box A$: nécessité, prouvabilité, croyance = $\neg \Diamond \neg A$

$\Diamond A$: possibilité, consistance = $\neg \Box \neg A$

$\Box A$: connaissabilité = $\Box A \wedge A$

$\Box A$: observabilité = $\Box A \wedge \Diamond A$

$\Box A$: sensibilité = $\Box A \wedge \Diamond A \wedge A$

$\Box A$	$\neg \Diamond A$
$\neg \Diamond \neg A$	$\Box \neg A$
nécessaire	impossible
$\Diamond A$	$\neg \Box A$
$\neg \Box \neg A$	$\Diamond \neg A$
possible	contingent

Ensembles de nombres

\mathbb{P} : l'ensemble des nombres premiers $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, \dots\}$

\mathbb{N} : l'ensemble des nombres **naturels** $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$

\mathbb{Z} : l'ensemble des nombres **entiers** (relatifs) $\{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

\mathbb{Q} : l'ensemble des nombres **rationnels** $\{n/d \mid n \in \mathbb{Z}, d \in \mathbb{N}_*\}$ (les fractions)

\mathbb{R} : l'ensemble des nombres **réels** (les rationnels "complétés" des irrationnels)

\mathbb{C} : l'ensemble des nombres **complexes** $\{a + ib \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ où $i^2 = -1$

Avec une $*$, on exclut le 0. Par ex. : $\mathbb{N}_* = \{1, 2, 3, \dots\}$

Fonctions

$f : A \rightarrow B$ (**fonction** de l'ensemble A dans l'ensemble B)

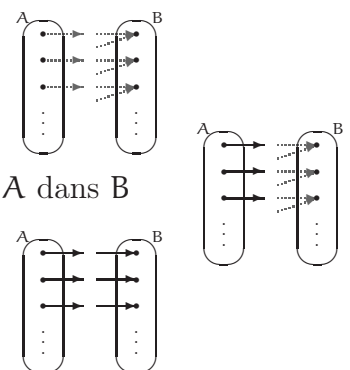
$x \mapsto f(x)$

B^A : ensemble des **applications** (**fonctions totales**, partout définies) de A dans B

Une **bijection** de A dans B est une application

injective (un élément de B ne peut être atteint que par une seule flèche)

et **surjective** (tous les éléments de B sont atteints)



Programmes

0 1 2 3 ... énumération des naturels

\downarrow bijection

$P_0 P_1 P_2 P_3 \dots$ énumération des programmes (dans le langage universel choisi)

\downarrow surjection

$\varphi_0 \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \dots$ énum. des fonctions calculables (φ_i = fonction calculée par le programme P_i)

\downarrow surjection

$W_0 W_1 W_2 W_3 \dots$ énum. des ensembles récursivement énumérables ($W_i = \text{dom } \varphi_i$)