@TEXtes

mis en page sous DSTEX
le 8 janvier 2012
http://www.opimedia.be/DS/

La Théologie des Machines 2008–2009

Séminaire donné par

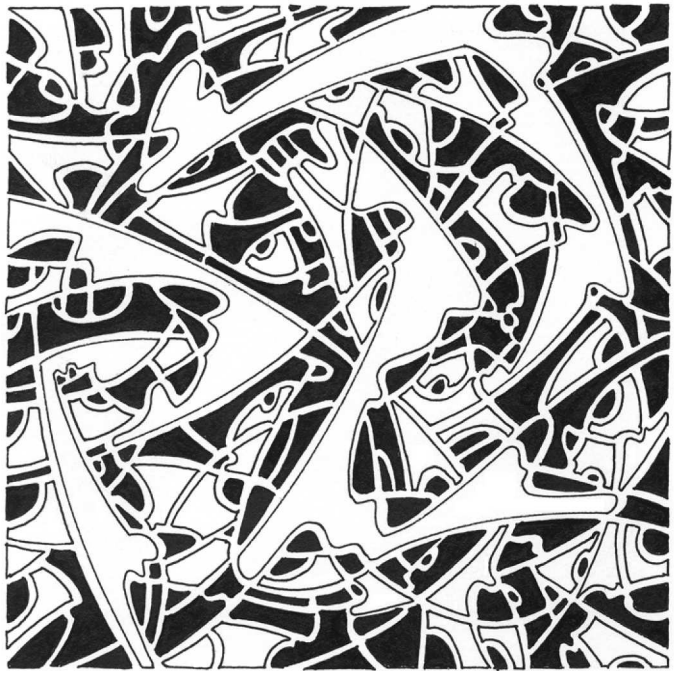
Bruno Marchal [1]
2008 – 2009 (IRIDIA / CEΨ [2])

Work in progress

Notes d'Olivier Pirson
olivier_pirson_opi@yahoo.fr
http://www.opimedia.be/

lundi 12 avril 2010

1. http://iridia.ulb.ac.be/~marchal/
2. http://www.ulb.ac.be/cepsy/



Le retour du lapin blanc (Daniel LEHMAN [1])

1. Cf. http://www.exporevue.com/magazine/fr/index_daniel_lehman.html
pour l'annonce de sa première exposition, *Daniel* LEHMAN *en liberté (conditionnelle)*.

Note d'introduction au séminaire

"La théologie propositionnelle propre d'une machine universelle est définie par l'ensemble des propositions *vraies au sujet de* la machine dont on soustrait l'ensemble des propositions *prouvables par* la machine. Les mots « vrais » et « prouvable » sont pris dans les sens mathématique de Gödel et Tarski. Ceci sera expliqué de façon détaillée sans qu'aucun prérequis ne soit nécessaire, autre qu'une curiosité pour l'approche rationnelle et hypothético-déductive des questions fondamentales. Cette théologie apparaît mathématiquement si fine que les nuances de la notion de connaissance/connaisseur (cf. le *Théétète* de Platon) génère une interprétation arithmétique des hypostases primaires de Plotin : l'un, l'intelligible et l'âme universelle, ainsi qu'une interprétation arithmétique de la matière intelligible et la matière sensible d'autre part. Chaque hypostase admet sa propre logique. Nous allons comparer la logique de l'hypostase de la matière intelligible avec la logique quantique extraite de l'expérimentation, et nous allons comparer la logique des hypostases de l'intelligible et de l'âme universelle avec les écrits des mystiques et les explorateurs enthéogéniques.

Ce séminaire se place dans le cadre de la défense du rationalisme et du libre examen. Tout ce qui y est avancé l'est dans un esprit ouvert aux interrogations, au débat ainsi qu'aux critiques, pourvu qu'elles ne reposent pas sur des dogmes ou des rumeurs."

(Bruno Marchal)

À propos de ce document

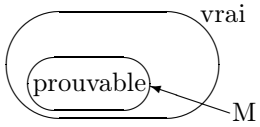
Ne vous fiez pas à l'aspect propret de ce carnet. Son contenu est une succession de notes brouillonnes (prises lors du séminaire de Bruno Marchal), souvent incomplètes et non retravaillées.

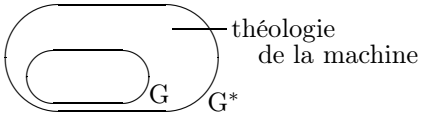
Le tout n'engage que moi, et est livré tel quel, sans garantie.

Olivier Pirson

Les quatre premières semaines constituent une transition avant le début du séminaire 2008–2009, le 8 novembre.

1 Samedi 6 septembre 2008 : Introduction





On a $\neg\text{Bew}(\ulcorner 0 = 1 \urcorner)$,
mais $\neg\text{Bew}(\ulcorner 0 = 1 \urcorner)$ n'est pas prouvable *dans* l'arithmétique.
La consistance de l'arithmétique ($\neg\text{Bew}(\ulcorner 0 = 1 \urcorner)$) n'est pas prouvable dans l'arithmétique.

PA (Peano Arithmetic)

PA est consistante

(On ajoute à PA sa consistance.
Ce qui donne une nouvelle théorie.)

Dans cette nouvelle théorie, la consistance de PA est trivialement prouvable. Mais la consistance de la nouvelle théorie n'est pas prouvable *dans* cette théorie.

PA

PA est consistante et la nouvelle théorie est consistante

Supposons que cette nouvelle théorie est consistante. Alors par Gödel, on ne peut y prouver sa consistance. Or sa consistance y est trivialement prouvable. KO. Donc cette nouvelle théorie est inconsistante.

Vérité au sens de Tarski :
"La neige est blanche" est vrai si la neige est blanche.
L'expression

La notion de vérité n'est pas définissable par la machine elle-même.

Commentaire personnel

On devrait spécifier vrai par rapport à quoi, sur quoi...
Il y a une vérité "relative" >< le Vrai.

PA et P ont des vérités différentes

PA et ¬P

37 8 août 2009 : Ensemble de Mandelbrot **50**

38 15 août 2009 : Séries et convergence **51**

39 22 août 2009 : Computationnalisme **51**

40 29 août 2009 : Physique quantique **51**

41 5 septembre 2009 : Fonctions **53**

42 12 septembre 2009 : Théologie **53**

43 19 septembre 2009 : Diag. ; Superpositions quantiques **53**

Annexes **54**
- Jeu de la vie de Conway 54
- Lexique autour du problème du corps et de l'esprit 54
- Universaux 56
- Liste des personnalités évoquées 58

Références **61**

Index **62**

Table des matières **64**

Théorème de non définissabilité de Tarski : [Wikipédia]

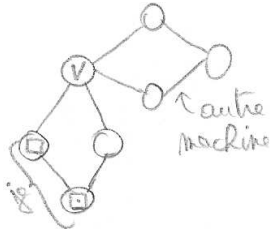
> L'ensemble des codes des énoncés
> d'un certain langage pour l'arithmétique qui sont vrais dans $\mathbb{N}$
> n'est pas définissable dans $\mathbb{N}$ par une formule de ce même langage.

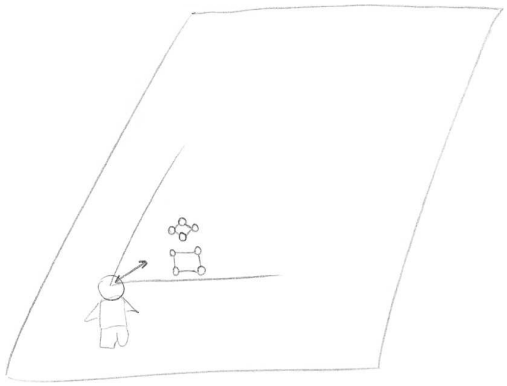
"Il [Tarski] donne le schéma d'interprétation de la vérité d'un énoncé mais le prédicat "vrai" ne peut pas appartenir au langage sur lequel il porte, pour éviter le paradoxe du menteur.

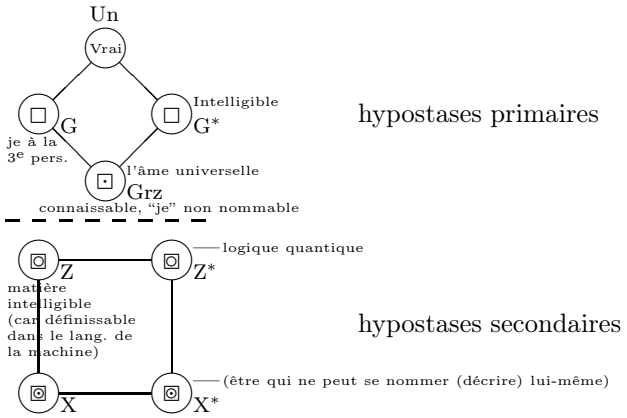
"'P' est vrai" si et seulement si p. (où p est la proposition exprimée par l'énoncé 'P')

Un des débats philosophiques sur la théorie tarskienne est de savoir si elle présuppose une vérité comme correspondance à la réalité (*correspondantisme*) ou si elle demeure neutre et serait plutôt une théorie dite "*déflationniste*" (qui n'ajoute aucune entité) ou simplement "*décitationnelle*" (c'est-à-dire que le prédicat de vérité permet de retirer les guillemets de la citation)."

(*Alfred* Tarski/ [Wikipédia], 10 septembre 2008)







hypostases primaires

hypostases secondaires

vérité	p		
croyance	$\Box p$	consistance (de la croyance)	$\Diamond p$
connaissabilité	$\boxdot p := \Box p \wedge p$	plausibilité	$\diamondsuit p = \Diamond p \vee p$
observabilité	$\circledcirc p := \Box p \wedge \Diamond p$		$\diamondsuit p = \Box p \vee \Diamond p$
sensibilité	$\circledcirc p := \Box p \wedge \Diamond p \wedge p$		$\diamondsuit p = \Box p \vee \Diamond p \vee p$

? Nous on sait que $\Box p \longrightarrow \boxdot p$, mais la machine ne le sait pas. Donc du point de vue de la machine, il faut distinguer les notions. ?

$$\bot \longleftrightarrow \boxdot \bot \longleftrightarrow \circledcirc \bot$$
$$\top \longleftrightarrow \diamondsuit \top \longleftrightarrow \diamondsuit \top$$

$$\begin{array}{ccc} & V & \\ G & & G^* \\ & \mathrm{Grz} & \\ \hline Z & & Z^* \\ \\ X & & X^* \\ \text{machine} & & \\ \text{universelle} & & \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} & V & \\ G_1 & & G_1^* \\ & \mathrm{Grz}_1 & \\ \hline Z_1 & & Z_1^* \\ \\ X_1 & & X_1^* \\ \text{machine} & & \\ \text{universelle} & & \\ \text{qui parie qu'elle est une machine} & & \end{array}$$

Commentaire personnel

$$A \to B = \neg(A \wedge \neg B) = \neg A \vee B \qquad A \wedge B = \neg(A \to \neg B) = \neg(\neg A \vee \neg B) \qquad A \vee B = \neg A \to B = \neg(\neg A \wedge \neg B)$$

Connaissabilité :
$$\boxdot p = \neg(\Box p \to \neg p) = \neg(p \to \Diamond \neg p)$$

Plausibilité :
$$\diamondsuit p = \Box \neg p \to p = \neg p \to \Diamond p$$

Observabilité :
$$\circledcirc p = \neg(\Box p \to \Box \neg p) = \neg(\Diamond p \to \Diamond \neg p)$$
$$\diamondsuit p = \Box \neg p \to \Box p = \Diamond \neg p \to \Diamond p$$

Sensibilité :
$$\begin{aligned} \circledcirc p &= \circledcirc p \wedge p \\ &= \neg(\circledcirc p \to \neg p) \\ &= \neg(p \to \diamondsuit \neg p) \\ &= \boxdot p \wedge \Diamond p \\ &= \neg(\boxdot p \to \Box \neg p) \\ &= \neg(\Diamond p \to \diamondsuit \neg p) \\ &= \boxdot p \wedge \circledcirc p \\ &= \neg(\boxdot p \to \diamondsuit \neg p) \\ &= \neg(\circledcirc p \to \diamondsuit \neg p) \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} \diamondsuit p &= \diamondsuit p \vee p \\ &= \circledcirc \neg p \to p \\ &= \neg p \to \diamondsuit p \\ &= \diamondsuit p \vee \Diamond p \\ &= \boxdot \neg p \to \Diamond p \\ &= \Box \neg p \to \diamondsuit p \\ &= \diamondsuit p \vee \diamondsuit p \\ &= \boxdot \neg p \to \diamondsuit p \\ &= \circledcirc \neg p \to \diamondsuit p \end{aligned}$$

20 28 février 2009 : Diagonalisations **29**

21 7 mars 2009 : Diagonalisations ; Ordinaux transfinis **30**

22 14 mars 2009 : Diagonale de Cantor, diag. de Kleene **31**

23 28 mars 2009 : [Absent] **33**

24 4 avril 2009 : Énumérations acceptables **33**

25 18 avril 2009 : Ensembles r.e. ou récursifs **35**

26 25 avril 2009 : Théorème de Cantor **36**

27 9 mai 2009 : Digressions **37**

28 16 mai 2009 : Second théorème de récursion de Kleene **38**

29 30 mai 2009 : Théorème du point fixe **39**

30 6 juin 2009 : Problème du corps et de l'esprit **40**
30.1 Arithmétiques 40
30.2 Problème du corps et de l'esprit 41

31 13 juin 2009 : UDA **42**

32 20 juin 2009 : Univers parallèles ; Vérité **44**

33 27 juin 2009 : UDA, étapes 0 à 3 **44**
33.1 UDA 45
33.1.0 Étape 0 – hypothèses 45
33.1.1 Étape 1 – téléportation 46
33.1.2 Étape 2 – téléportation avec délai 46
33.1.3 Étape 3 – duplication 46

34 4 juillet 2009 : Étape 3 – duplication **47**

35 11 juillet 2009 : Étapes 3 à 7 **47**
35.1 Étape 4 – duplication avec délai 48
35.2 Étape 5 – Téléportation sans annihilation 48
35.3 Étape 6 – Reconstitution dans un univers virtuel 48
35.4 Étape 7 – Dépoyeur universel concret 49

36 1er août 2009 : Vidéos Mandelbrot et évolution animaux **49**

Table des matières

Note d'introduction au séminaire **1**

À propos de ce document **1**

1 6 septembre 2008 : Introduction **2**

2 13 septembre 2008 : Croyances **5**

3 20 septembre 2008 : "Dieu" **8**
3.1 Théologie des machines 10

4 27 septembre 2008 : mécanisme | naturalisme **10**

5 8 novembre 2008 : Introduction **11**
5.1 Théologie : les 8 hypostases 11
5.2 Théologie : version computationnaliste 12

6 15 novembre 2008 : Étape 1 à 7 – UDA **13**

7 22 novembre 2008 : Étape 8 – MGA 1 et 2 **16**

8 29 novembre 2008 : Retour sur les 8 étapes **18**

9 Jeudi 4 décembre 2008 : Exposé *Logique quantique et...* **18**

10 6 décembre 2008 : Saint-Nicolas existe **18**

11 13 décembre 2008 : Retour sur UDA **18**

12 20 décembre 2008 : ... **18**

13 3 janvier 2009 : UDA et AUDA **18**

14 10 janvier 2009 : TOE : Theory of Everything **19**

15 24 janvier 2009 : Graphe booléen **20**

16 31 janvier 2009 : *Mechanism* **21**

17 7 février 2009 : Ensembles ; Ordinaux transfinis **21**

18 14 février 2009 : Cardinaux transfinis ; Ens. indénombrables **25**

19 21 février 2009 : Diagonalisations ; Récursiv. énum. (r.e.) **27**

"Edmund L. Gettier a proposé la formalisation suivante de la thèse de Socrate :
Socrate sait que P, si et seulement si :
1. P est vrai ;
2. Socrate croit que P, et
3. Socrate est justifié de croire que P."
(*Théétète (Platon)*/ [Wikipédia], 26 juin 2008)

savoir P (d'après Gettier) := $p \wedge \Box p \wedge \Diamond p$

---

2 Samedi 13 septembre 2008 : Croyances

(http://www.entheogen.com/, cf. un fil sur l'athéisme)

Soient | g = god exist
| $\Box$ = I believe that

Commentaire personnel

$\Diamond = \neg\Box\neg$ = je ne crois pas en la négation de (~ j'admets la possibilité de)

$\Box g$: position théiste (je crois que dieu existe)
$\Box\neg g$: position athée (je crois que dieu n'existe pas)

Commentaire personnel

$\leftrightarrow \neg\Diamond g$

Ben oui, *je crois* que $\neg g$.
Mais *je sais (ou je crois ?)* que *je ne sais pas* que $\neg g$.

$\neg\Box g \wedge \neg\Box\neg g$: position agnostique (je ne crois pas que dieu existe et je ne crois pas que dieu n'existe pas)

Commentaire personnel

$\leftrightarrow \Diamond\neg g \wedge \Diamond g$ (j'admet la possibilité que dieu n'existe pas et j'admet la possibilité que dieu existe)

$\leftrightarrow \neg\Box g \wedge \Diamond g$
$\leftrightarrow \neg(\Diamond g \longrightarrow \Box g)$ (car $(A \longrightarrow B) \longleftrightarrow \neg(A \wedge \neg B)$)
(je ne crois pas que dieu n'existe pas n'implique pas que je crois que dieu existe)
$\leftrightarrow \neg(\neg\Box g \longrightarrow \neg\Diamond g)$ (par contraposition)
$\leftrightarrow \neg(\neg\Box g \longrightarrow \Box\neg g)$ (je ne crois pas que dieu existe n'implique pas que je crois que dieu n'existe pas)

---

connaissabilité : $\Box p \longrightarrow p$
[4] $\Box p \longrightarrow \Box\Box p$

Soient | god = la réalité (la vérité...) ultime (fondamentale...)
théologie = la science de dieu
science = modestie (le scientifique ne peut pas savoir que $\Box p \longrightarrow p$ pour lui)

Commentaire personnel

Si on définit "précisément" les mots et que l'on raisonne dessus, alors on raisonne sur la vérité d'un "système formel" mais pas forcément sur la "Vérité ultime".

"**agnosticisme** n. m. Doctrine philosophique qui déclare l'absolu inaccessible à l'esprit humain et professe une complète ignorance touchant la nature intime, l'origine et la destinée des choses." [Larousse]

Pour moi, l'agnosticisme est la "*croyance*" que chaque histoire inventée est possible jusqu'à preuve du contraire. Évidemment on *ne sait pas* que non. Mais on ne doit pas se résoudre à accepter tout ce qui n'est pas réfutable. D'autant plus lorsque les histoires se contredisent entre-elles.

"Ce qui est affirmé sans preuve peut être nié sans preuve." (Euclide)

"**athéisme** n. m. Attitude, doctrine d'une personne qui nie l'existence de Dieu, de la divinité." [Larousse]

"**déisme** n. m. Croyance en l'existence d'un Dieu créateur, mais sans référence à une révélation." [Larousse]

"**théisme** (du grec *theos*, dieu) n. m. Doctrine qui affirme l'existence personnelle et unique d'un Dieu, cause du monde, et qui est indépendante de toute religion établie." [Larousse]

caféisme n. m. OPInion selon laquelle les images que l'on se fait dans sa petite tête sont des images. ☺

Le schtroumpf a été schtroumpfé en six schtroumpfs.

La "religion", c'est par essence l'argument d'Autorité que l'on ne peut discuter.

"Grâce au fétiche, d'un seul coup de baguette magique, son fabricateur peut se métamorphoser de manipulateur cynique en berné de bonne foi. Ainsi, bien que le fétiche ne soir *rien* que ce que l'homme en fait, il a*joute* pourtant un petit quelque chose : il *inverse* l'origine de l'action, il *dissimule* le travail humain de manipulation [...]"
(*Petite réflexion sur le culte moderne des dieux faitiches*/ Bruno Latour)

"Il [Russell] se déclarait philosophiquement agnostique et en pratique athée.

Philosophiquement, il considérait le dieu chrétien comme les dieux grecs : il ne peut pas prouver leur existence [sic ?] mais il est fortement convaincu de leur inexistence. On lui doit notamment la Théière de Russell.

Historiquement, il estime que la religion naît de la peur, et qu'elle est nourrie par l'ignorance et le sadisme. La religion, obscurantiste par essence, est ainsi contraire

idéalisme, 55
interférence, 44

jeu de la vie, 54

langage, 31
  universel, 31

matière, 55
mécanisme
  digital indexical, 45
  faible, 12
  fort, 12
monisme, 54

nombre
  cardinal, 22, 25
  ordinal, 22
noumène, 55

observabilité, 4
ontologie, 55
ordinal
  limite, 24

paradoxe de Russell, 35
phénomène, 55
physicalisme, 55
physique quantique, 51
plausibilité, 4
principe, 55
  de compréhension, 23
  de réflexion, 23
produit cartésien, 22

RA, 19
r.e., 28
réalité objective, 42

sensibilité, 4

TC, 32
théisme, 6
théorème
  de non définissabilité de Tarski, 3
  (second th.) de récursion de Kleene, 38
  de Cantor, 37
  de la paramétrisation, 33
  de Rice, 40
  du point fixe, 39
  S_{MN}, 33
théorie des ensembles, 36
thèse
  de Church, 32
  strong AI thesis, 12
  weak AI thesis, 12

UDA, 10, 45

vérité, 2, 4

Index

$\langle x, y \rangle$, 33
$A \subseteq B$, 22
$A \simeq B$, 25
$A \times B$, 22
$\Box$, 4
  $\boxdot$, 4
  $\boxdot$, 4
  $\boxdot$, 4
$\Diamond$, 4
  $\diamondsuit$, 4
  $\diamondsuit$, 4
  $\diamondsuit$, 4
$\emptyset$, 21

2, 26
$2^{\mathbb{N}}$, 26
$\aleph_0$, 25
$\aleph_1$, 25
B^A, 22
ε_0, 24
f_c, 50
Γ_0, 24
J_c, 51
K, 35
  $\overline{K}$, 35
M, 50
ω, 23
ω_1^{CK}, 24
$\mathcal{P}(E)$, 22
Part, 35
φ_i, 28
Π_1, 36
  Π_2, 36
Σ_0, 36
  Σ_1, 36
  Σ_2, 36
Tot, 35
W_i, 28

agnosticisme, 6

application, 27
arithmétique
  de Robinson, 19
athéisme, 6
AUDA, 10

bijection, 27

COMP, 45
connaissabilité, 4
conscience, 42
consistance, 4
croyance, 4

déisme, 6
dualisme, 54

ensemble
  dénombrable, 28
  de Julia, 51
  de Mandelbrot, 50
  dénombrable, 26
  dense, 26
  des parties, 22
  énumérable, 26, 28
  récursif, 28
  récursivement énumérable, 28
  sous-ensemble, 22
  vide, 21
énumération acceptable, 33
épistémologie, 54
espace topologique, 29
existence, 20

fonction
  calculable, 28
  partielle, 27
  totale, 27
forme, 54

hypothèse du continu, 25

à la civilisation, au bonheur de l'être humain et à la science. Il ne niait cependant pas que, ce qu'il appelait "l'émotion mystique", puisse "fournir un apport de très grande valeur" à l'individu tout en déclarant ne pas tenir pour "vraies" les assertions développées sur la nature de l'univers à partir de ces expériences. Son attitude vis-à-vis de l'émotion mystique était plus tolérante que pour les religions elles-mêmes : "*Je ne nie pas la valeur des expériences qui ont donné naissance à la religion. Par suite de leur association à de fausses croyances, elles ont fait autant de mal que de bien ; libérées de cette association, on peut espérer que le bien seul restera*".”

(*Bertrand* Russell/ [Wikipédia], 8 septembre 2008)

“Dans un article intitulé "Is There a God ?", par Illustrated magazine en 1952, Russell écrivit :

> Si je suggérais qu'entre la Terre et Mars se trouve une théière de porcelaine en orbite elliptique autour du soleil, personne ne serait capable de prouver le contraire pour peu que j'aie pris la précaution de préciser que la théière est trop petite pour être détectée par nos plus puissants télescopes. Mais si j'affirmais que, comme ma proposition ne peut être réfutée, il n'est pas tolérable pour la raison humaine d'en douter, on me considérerait aussitôt comme un illuminé. Cependant, si l'existence de cette théière était décrite dans d'anciens livres, enseignée comme une vérité sacrée tous les dimanches et inculquée aux enfants à l'école, alors toute hésitation à croire en son existence deviendrait un signe d'excentricité et vaudrait au sceptique les soins d'un psychiatre à une époque éclairée ou de l'Inquisition en des temps plus anciens.

Dans son livre de 2003 *A Devil's Chaplain*, Richard Dawkins détailla le thème de la théière :

> La religion organisée mérite la plus vive hostilité car, contrairement à la croyance en la théière de Russell, la religion organisée est puissante, influente, exemptée de taxes et systématiquement transmise à des enfants trop jeunes pour pouvoir s'en défendre. On ne force pas les enfants à passer leurs années de formation en mémorisant des livres farfelus sur les théières. Les écoles publiques n'excluent pas les enfants dont les parents préfèrent la mauvaise forme de théière. Les fidèles de la théière ne lapident pas les non-croyants en la théière, les apostats de la théière, les hérétiques de la théière ou les blasphémateurs de la théière. Les mères n'empêchent pas leurs fils d'épouser des shiksas de la théière sous prétexte que leurs parents croient en trois théières plutôt qu'une seule. Ceux qui versent le lait en premier ne mutilent pas ceux qui préfèrent commencer par verser le thé.”

(*Théière de* Russell/ [Wikipédia], 14 septembre 2008)

“Il est certain que la conviction – apparentée au sentiment religieux – que le monde est rationnel, ou au moins intelligible, est à la base de tout travail scientifique un peu élaboré. Cette conviction constitue ma conception de Dieu. C'est celle de Spinoza.”

(Einstein)

« La doctrine chrétienne a non seulement découvert la loi, mais a prédit les exceptions. C'est seulement l'exception qui nous permet de percevoir le miracle de la loi universelle. »

« Le secret complet du mysticisme réside en ceci. Que l'homme peut comprendre

toute chose à l'aide de ce qu'il ne comprend pas. Le logicien malade cherche à rendre toute chose claire, et réussit à tout rendre mystérieux. Le mystique autorise une chose à être mystérieuse, et tout le reste devient clair. La seule chose créée que nous ne puissions pas regarder est la chose à la lumière de laquelle nous regardons toutes les autres. »

(Gilbert Keith Chesterton,
cité par Slavoj Žižek dans la conférence 1981 – *La mort de Lacan*[2]
donnée au Centre Pompidou le 30 mai 2007)

"Au fondement de la croyance justifiée il y a la croyance non justifiée."

(Wittgenstein)

"Le réel n'est jamais ce qu'on pourrait croire, mais il est toujours ce qu'on aurait dû penser."

(Gaston Bachelard)

Citations trouvées sur le site Athéisme – L'homme debout[3] :

"Pendant des siècles des esprits se sont battus et ont risqué leur vie pour se libérer de Dieu.
Et nous, au milieu du XX^{e}, nous regrettons les chaînes qu'Il représentait et ne savons que faire d'une liberté pour laquelle nous n'avons fait aucun sacrifice, que nous n'avons pas conquise.
Nous sommes les héritiers ingrats de l'athéisme héroïque, les épigones de la révolte, une masse de rebelles qui déplorent secrètement la disparition des "superstitions", des "préjugés" et des anciennes "terreurs"."

(*Carnets 1957-1972*/ Cioran)

"Les mystiques et leurs œuvres complètes. Quand on s'adresse à Dieu, et à Dieu seul, comme ils le prétendent, on devrait se garder d'écrire. Dieu ne lit pas. . ."

(*De l'inconvénient d'être né*/ Cioran)

"Il tombe sous le sens que Dieu était une solution, et qu'on n'en trouvera jamais une aussi satisfaisante."

(*De l'inconvénient d'être né*/ Cioran)

"N'a de convictions que celui qui n'a rien approfondi."

(*De l'inconvénient d'être né*/ Cioran)

3 Samedi 20 septembre 2008 : "Dieu"

Commentaire personnel

"Sa vocation philosophique [à Quine] s'est éveillée à la lecture enthousiaste des *Principia mathematica* de Bertrand Russell, et il restera fidèle au conseil que

2. http://www.centrepompidou.fr/histoiredestrente/81.htm
3. http://atheisme.free.fr/

Références

[Abrégé Logique] Olivier Pirson,
Abrégé de Logiques Classiques[17].

[Universalis] **Encyclopædia Universalis**[18] 10 PC/Mac, 2004. 9, 10, 56, 58

[Kant Milan] Bertrand Vergely,
Kant *ou l'invention de la liberté*.
Les Essentiels Milan, Éditions Milan, Toulouse, 2001. 54, 55, 56

[Théologie Machines] Olivier Pirson,
La Théologie des Machines[19].
Notes à partir du séminaire 2007 – 2008 de Bruno Marchal. 27, 28, 30, 53

[Nombres 1] Olivier Pirson,
Les Nombres : Science • Art • Théologie :
1re partie : Théologie grecque, Sommes et différences[20].
Notes à partir du séminaire 2006 – 2007 de Bruno Marchal. 51

[Nombres 2] Olivier Pirson,
Les Nombres : Science • Art • Théologie : 2e partie . . .[21]
Notes à partir du séminaire 2006 – 2007 de Bruno Marchal.

[Larousse] ***Petit Larousse***, 2007. Larousse, 2006. 6, 14, 54, 55, 56, 58

[Everything] Theory of Everything List[22].
Archives **everything-list**[23]. 16

[Wikipédia] **Wikipédia**[24], l'encyclopédie libre. 3, 5, 7, 24, 50, 51, 52

17. http://www.opimedia.be/logiques/
18. http://www.universalis.fr/
19. http://www.opimedia.be/Bruno_Marchal/index.htm#Theo
20. http://www.opimedia.be/Bruno_Marchal/index.htm#Nombres1
21. http://www.opimedia.be/Bruno_Marchal/index.htm#Nombres2
22. http://groups.google.com/group/everything-list
23. http://www.mail-archive.com/everything-list@eskimo.com/
24. http://fr.wikipedia.org/

1909 – 1994 : Stephen Cole Kleene

1911 – 1995 : Émile Michel Cioran

1911 – 1995 : Raphael M. Robinson

1912 – 1954 : Alan Mathison Turing

1915 – 2005 : Fred Hoyle

1917 – 1992 : David Bohm

1921 – 2006 : Martin Hugo Löb

1924 – : Benoît Mandelbrot

1925 – : Jean Jolivet

1930 – 1982 : Hugh Everett

1930 – : Stephen Smale

1937 – : John Horton Conway

1937 – : Yuri Ivanovitch Manin

1938 – 2002 : Robert Nozick

1941 – : Richard Dawkins

1942 – : Leonore Blum

1942 – : Stephen Hawking

1947 – : Bruno Latour

1949 – : Slavoj Žižek

? – : Françoise Armengaud

? – : Jean-Pierre Cometti

? – : Nigel J. Cutland 1980

? – : Edmund L. Gettier

? – : Henry Gordon Rice 1951, 1953

? – : H. Rogers

? – : Michael Shub

? – : Robert Martin Solovay 1964, 1976

donne le logicien britannique : préférer « les résultats partiels véritables aux grandes généralisations inspirées par la seule imagination ».

[. . .]

Elle [la philosophie] est une affaire sérieuse qui, avec son degré de maturité, constitue « une partie intégrante de la science », tant par ses méthodes que par ses intérêts et ses contenus. « La tâche, écrit Quine à ce propos dans *Word and Object*, est de rendre explicite ce qui a été laissé tacite et de rendre précis ce qui a été laissé vague ; la tâche est d'exposer et de résoudre les paradoxes, de raboter les aspérités, de faire disparaître les vestiges des périodes transitoires de croissance, de nettoyer les bidonvilles ontologiques. »

[. . .]

Sa question propre : « Qu'est-ce qui existe ? » doit être posée dans une optique naturaliste qui s'apparente à celle de Dewey : « Avec Dewey, déclare Quine, je pense que la connaissance, l'esprit et la signification font partie du même univers, auquel ils se rapportent, et qu'on doit les étudier dans le même esprit empirique que celui qui anime les sciences de la nature. Il n'y a pas de place pour une philosophie première. »

[. . .]

L'épistémologie de Quine comporte une autre thèse essentielle, dite « de la sous-détermination des théories par l'expérience ».

[. . .]

Quine a énoncé une autre thèse, liée aux deux précédentes, celle de l'*indétermination* de la traduction (avec son corollaire, l'*inscrutabilité* de la référence). Cette thèse a donné lieu à des controverses encore plus nombreuses. [. . .] La conséquence en est la « disparition » de ce monde objectif des « significations », que Quine relègue au rang des mythes."

(Quine *(Willard Van Orman)* 1908 – 2000/
Françoise Armengaud, [Universalis])

"Si l'enquête de Quine paraît se concentrer sur des questions relatives au langage, elle n'en est pas moins clairement orientée, à travers le problème de la référence, vers une dimension ontologique des problèmes, qui se manifeste dans les interrogations formulées dans les derniers chapitres du livre. Dans le tout dernier, notamment, Quine pose à nouveaux frais la question du nominalisme et du réalisme, et jette les bases d'une ontologie qui, pour obéir à des critères de type pragmatique, n'en est pas moins réaliste dans son principe. Celle-ci se joue dans une forme d'engagement ontologique qui confie notamment à la logique la tâche d'une définition des catégories dans lesquelles se peuvent reconnaître les traits les plus généraux de la réalité. Il est vrai qu'une telle ontologie est relative, en ce sens qu'elle dépend d'une « théorie d'arrière-plan, elle-même munie d'une ontologie préalable et finalement inscrutable ». Elle n'en répond pas moins efficacement à ce que nous pouvons en attendre. Quant au souci du philosophe de savoir « ce qu'il y a », il ne diffère pas fondamentalement de celui des autres théoriciens : aucun ne peut jouir d'un point d'observation privilégié."

(*Le Mot et la chose – Willard van Orman* Quine *(*1953*)*/

Pour la croyance, $\Box p \longrightarrow p$ n'est pas un axiome
Pour la connaissabilité, $\boxdot p \longrightarrow p$ est un axiome

Dieu n'a pas de nom.

Dieu = créateur du monde (croyant)
ou = le monde (certains athées)
ou = de qui/quoi émane la réalité consensuel (Plotin)

ou = la réalité ultime, originelle, fondamentale... = Réalité
Soit g, c'est "ensemble de chose".

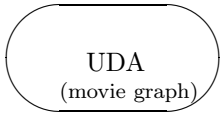
"athée" = crois que $\neg$ Dieu (le Dieu des chrétiens ou musulmans ou ...)
"Athée" = $\Box\neg g$

"J'ai mal au dent." est une vérité incorrigible.

Commentaire personnel

Si c'est une vérité !

3.1 Théologie des machines



L'Universal Dovetailer Argument montre que, si on prend au sérieux l'idée que nous sommes des machines alors la science physique n'est nécessairement plus la science fondamentale ; la physique doit se réduire à la science des machines.

L'Arithmetical Universal Dovetailer Argument réduit à la logique des propositions observables.

Commentaire personnel

La notion d'observable renvoyant à la physique, est-ce que cela ne se reformule pas de la sorte : La physique doit se réduire à la logique de la physique !

4 Samedi 27 septembre 2008 : mécanisme | naturalisme

Le mécanisme est incompatible avec le naturalisme
(matérialisme faible, physicalisme)

1724 – 1804 : Emmanuel Kant (Immanuel)
1826 – 1866 : Bernhard Riemann
1831 – 1916 : Richard Dedekind
1845 – 1918 : Georg Cantor
1858 – 1947 : Max Planck
1859 – 1938 : Edmund Husserl
1859 – 1952 : John Dewey
1868 – 1942 : Felix Hausdorff
1871 – 1937 : Ernest Rutherford
1872 – 1970 : Bertrand Russell
1874 – 1936 : Gilbert Keith Chesterton
1879 – 1955 : Albert Einstein
1882 – 1964 : Alexandre Koyré
1884 – 1962 : Gaston Bachelard
1885 – 1962 : Niels Bohr
1886 – 1951 : René Guénon
1887 – 1961 : Erwin Schrödinger
1889 – 1951 : Ludwig Wittgenstein
1891 – 1970 : Rudolf Carnap
1892 – 1987 : Louis de Broglie
1893 – 1978 : Gaston Julia
1896 – 1980 : Jean Piaget
1897 – 1954 : Emil Post
1899 – 1973 : Leo Strauss
1901 – 1976 : Werner Heisenberg
1902 – 1983 : Alfred Tarski
1902 – 1995 : Eugene Wigner
1903 – 1957 : John von Neumann
1903 – 1995 : Alonzo Church
1904 – 1987 : Paul Vignaux
1906 – 1978 : Kurt Gödel
1908 – 2000 : Willard Van Orman Quine
1909 – 1945 : Gerhard Gentzen

[...]
Au lieu de postuler un langage conceptuel autonome, le nominalisme des empiristes modernes met l'accent sur le rôle actif du mot qui, en omettant certains caractères de la chose, est un facteur d'attitude mentale abstrayante.
[...]

À supposer que cette conception rende compte des mathématiques pures, interprétées comme un jeu, elle ne prend nullement en compte leur application, notamment en physique, leur rapport à une source autre de vérification ou de falsification de leurs constructions hypothético-déductives : pour que le signe garde sa pureté, c'est-à-dire son extériorité à l'égard d'un objet qu'il ne constitue aucunement, même en partie, il lui faut avoir référence seulement au donné sensible d'un empirisme que le formalisme rejoint ainsi dans un positivisme féru de logique. Vu sous cet aspect où il réduit tout concept à n'être que signe d'un donné auquel il reste extérieur, le « positivisme logique » vient se placer dans le prolongement du nominalisme médiéval dont l'analyse attentive nous a conduits à un schème permettant de situer dans l'histoire des idées toute une suite de doctrines." ([Universalis], Paul Vignaux)

"**étalon** (francique *stalo*, modèle de mesure)" [Larousse]
$\mathbb{N} \approx$ prototype d'une "échelle" étalon

Liste des personnalités évoquées

$\sim -469 - -399$: Socrate

$\sim -428 - \sim -347$: Platon

$\sim -385 - -322$: Aristote

$-IV^{e} - -III^{e}$: Euclide

$\sim 205 - \sim 270$: Plotin

$234 - \sim 305$: Porphyre

$1079 - 1142$: Pierre Abélard ou Abailard

$1285 - 1349$: Guillaume d'Occam ou d'Ockham

$1564 - 1642$: Galileo Galilei, dit Galilée

$1596 - 1650$: René Descartes

$1629 - 1695$: Christiaan Huygens

$1632 - 1677$: Baruch Spinoza

$1642 - 1727$: Isaac Newton

$1711 - 1776$: David Hume

Monisme = de l'esprit et de la matière, l'un est réductible à l'autre.

Commentaire personnel

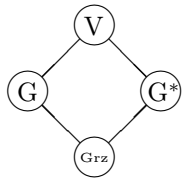
Est-ce que le mécanisme étant posé, cela ne fige pas le matérialisme ? Est-ce que ce matérialisme statique est encore un matérialisme ?

5 Samedi 8 novembre 2008 : Introduction

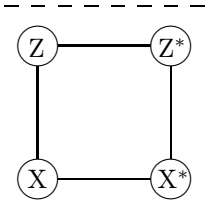
5.1 Théologie : les 8 hypostases

Machine (idéale, digitale)
à inférence inductive (machine "variable", "qui s'ajoute des axiomes")

G et ses variantes intensionnelles :



Dans la littérature :
la logique G s'appelle aussi GL (Gödel - Löb)
la logique G* s'appelle aussi GLS (Gödel - Löb - Solovay)



Pour G : $\Diamond \top \longrightarrow \Diamond\Box \bot$

Pour G* : $\dfrac{\Diamond \top \qquad \Diamond \top \longrightarrow \Diamond\Box \bot}{\Diamond\Box \bot}$

$\Box(\Box p \to p) \longrightarrow \Box p$ (effet placebo)

Commentaire personnel

Effet placebo...
Donc il ne faut pas avoir cette formule si on peut *croire* du faux.

Gödel : M ne sait pas prouver qu'elle est correcte
Löb : M ne sait pas ...
$\Diamond \top$?

5.2 Théologie : version computationnaliste

(*Digital*) *Mechanism* : nous sommes des machines (computationnalisme)

"*Yes doctor*" : mène proche du "$\bot$"
et encore plus du "$\Box \bot$"

"*Yes doctor*" + *physicalism* (*naturalism*, *weak materialism*) : mène au $\bot$

$\Diamond \top$?

Commentaire personnel

$\Diamond \top \approx$ pari cartésien ?

Argument du graphe filmé :
COMP $\longrightarrow \neg$ Sup-Phys (*supervenience* physique)

Commentaire personnel

Si l'esprit n'émerge pas de la matière, il est là de façon primitive. Dans l'hypothèse de la théorie de l'évolution, il y n'y pas de raison que l'esprit nous "rejoigne" nous sans qu'il soit déjà dans les autres animaux.

On va montrer (par l'absurde) : COMP $\longrightarrow \neg$MAT (matérialisme)
$\Longleftrightarrow \neg$COMP $\vee \neg$MAT
$\Longleftrightarrow \neg$(COMP $\wedge$ MAT)
$\Longleftrightarrow$ COMP | MAT (incompatibilité entre le mécanisme et le matérialisme)
$\Longrightarrow \neg$ mécanisme naturaliste

On pose l'hypothèse : COMP + MAT
et on va en déduire le $\bot$

Weak AI thesis (mécanisme faible) : des machines peuvent se comporter *comme si* elles étaient conscientes

Strong AI thesis (mécanisme fort) : il existe des machines qui possèdent une conscience personnelle

COMP $\longrightarrow$ SAI $\longrightarrow$ WAI

SAI accepte que l'esprit émerge d'un "cerveau généralisé" mais pour simplifier on va faire comme si l'esprit émergeait du cerveau localisé dans notre tête.

se définit en s'opposant au « réalisme », c'est-à-dire, en stricte logique, à toutes les manières d'affirmer qu'une chose est prédicable de plusieurs. Si une telle affirmation apparaît contradictoire, sous quelque forme qu'elle se présente, l'absurdité de tout « réalisme » – au sens médiéval de ce mot – contraint à reconnaître la vérité du « nominalisme ».
[...]
Ockham ne pense pas autrement que Hume pour lequel « tout ce qui est discernable est différent, et tout ce qui est différent est séparable ».
[...]
Entre la chose, statique, immobiliste, et l'exister qui évoque le dynamisme d'un acte, entre *res* et *esse*, l'ockhamisme n'admet d'autre différence que celle, purement linguistique, entre un nom et un verbe signifiant la même réalité. À savoir la seule concevable après la réfutation de tout réalisme : des individus si totalement identiques à eux-mêmes que leur singularité les prend tout entiers, interdisant de discerner en eux, à aucun degré, rien d'universel.
[...]

Les conditions dans lesquelles cet empirisme peut être envisagé comme nominaliste ne se précisent qu'en tenant compte de la mutation intellectuelle opérée dans la révolution scientifique des XVI^{e}-XVII^{e} siècles : selon le mot profond de Husserl, « *Umdeutung der Natur* », la nature a changé de sens. L'individu corporel d'Ockham reste la substance de style aristotélicien porteuse des qualités sensibles immédiatement vécues dans la perception commune. Avec Galilée et Descartes, celles-ci ne sont plus que « qualités secondes » dénoncées comme irréelles, la réalité étant d'essence purement géométrique et mécanique. Ainsi que l'a montré Alexandre Koyré, la nature que découvre la nouvelle physique mathématique n'a été concevable que par une ontologie nouvelle d'inspiration platonicienne. Du point de vue de l'aristotélisme et de l'expérience vulgaire, cette ontologie réalise des abstraits : des êtres mathématiques. Mais ceux-ci sont-ils des abstraits au même sens que les universaux du Moyen Âge ? Le rationalisme du XVII^{e} siècle y voit plutôt des « essences singulières ». Comment d'ailleurs les assimiler à des signes de choses auxquelles ils resteraient extérieurs alors qu'ils apparaissent intérieurs aux objets que la science découvre ? La notion d'objet à connaître s'est transformée ; pour Ockham, c'était la « chose » indépendante et « hors de l'âme » à laquelle celle-ci, en tant que connaissante, se rapportait comme une réceptivité ; au XVII^{e} siècle, il est concevable que l'esprit découvre l'essence même des corps dans une idée qui, ne venant pas des sens, peut être « innée » ; si, chez Kant, la nature du physicien supposes une matière venue d'ailleurs que de l'esprit, elle est « faite » par lui dans sa « forme » : espace et temps, catégories et leurs schèmes. Désormais, la connaissance peut se présenter comme l'exercice d'une spontanéité, au moins partielle, qui produit l'objet connu, du moins en partie, selon une structure intellectuelle a priori. Si l'on appelle concepts les éléments de cette structure, ce sont des concepts constitutifs de l'objet.

raisonnement. *Je pars du principe que…* **3.** (Souvent pluriel.) Règle générale théorique qui guide la conduite. *Être fidèle à ses principes.* **4.** Loi générale régissant un ensemble de phénomènes et vérifiée par l'exactitude de ses conséquences. *Principe d'*Archimède. **5.** Connaissance, règle élémentaire d'une science, d'un art, d'une technique, etc. **6.** Élément constitutif d'une chose ; élément actif. *Fruit riche en principes nutritifs.* – Principe actif : substance ayant un pouvoir thérapeutique, contenue dans un médicament (par opposition à excipient). **7.** De principe : qui porte sur l'essentiel mais demande à être complété et confirmé. *Accord de principe.* – En principe : théoriquement ; selon les prévisions. *En principe, il devrait être là.*" [Larousse]

"**Principe** : ce dont tout dérive et qui, lui-même, ne dérive de rien." [Kant Milan]

Universaux

"**universaux** n.m.pl. **1.** PHILOSOPHIE Idées ou termes généraux permettant de classer les êtres et les idées, dans la terminologie scolastique. **2.** LINGUISTIQUE Concepts ou éléments qui sont communs, hypothétiquement, à toutes les langues naturelles existantes." [Larousse]

"**Universaux, philosophie**

La question des universaux est posée (mais non résolue, par dessein exprès de l'auteur) dans l'*Introduction* (*Eisagogê*) de Porphyre (III^e^ s.) à la *Logique* d'Aristote : les genres et les espèces existent-ils réellement ou sont-ils de pures conceptions de l'esprit ? Par le biais de cet opuscule, connu des médiévaux dès le IX^e^ siècle, ceux-ci ont eu d'emblée quelque connaissance de l'un des points principaux de la métaphysique antique : l'opposition entre le platonisme et l'aristotélisme à propos de l'existence ou de l'inexistence des formes (ou idées). […]

À la fin du XI^e^ siècle, certains maîtres exposaient la dialectique *in re*, c'est-à-dire que pour eux les universaux étaient des choses ; d'autres, *in voce* : ils pensaient que c'étaient seulement des mots ; […] [Abélard] ne variera jamais dans son refus d'y voir des choses : il est le premier grand représentant de ce qu'on appellera le nominalisme." ([Universalis], Jean Jolivet)

"**réalisme** n.m. […] **5.** PHILOSOPHIE Doctrine selon laquelle l'Être existe indépendamment du sujet qui se le représente et de cette représentation elle-même. – Réalisme des universaux : au Moyen Âge, doctrine attribuant une existence réelle aux universaux." [Larousse]

"**Nominalisme**

[…]

Cette *suppositio* pose, au-delà de la logique, une question métaphysique : « Ce quelque chose de commun est-il réel ou non ? » Avec ce problème, celui des universaux, on retrouve le dilemme *res-voces*, l'opposition « choses »-« termes ». En réduisant l'universel à n'être que terme, le « nominalisme », ce « terminisme »,

6 Samedi 15 novembre 2008 : Étape 1 à 7 – UDA (Universal Dovetailer Argument)

On va montrer

Digital Mechanism + *Materialism* $\Longrightarrow \bot$

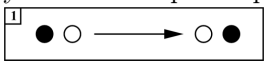
Materialism : croyance aristétolicienne qu'il y a un univers physique.
La conscience supervient sur cet univers physique.

Commentaire personnel

Le "calcul" se fait dans une couche d'abstraction implémentée sur les éléments du cerveau.

Étape 1 : téléportation

yes doctor + quacomputatio (je survis avec un cerveau artificiel)



(*The Origin of Physical Laws and Sensations*,[4] Bruno Marchal, 2004)

À la 1re personne : je suis à Bruxelles, puis je suis à Washington.
À la 3e personne : il est à Bruxelles,
puis (peu de temps après) il est à Washington.

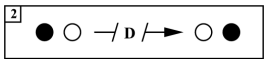
Commentaire personnel

Je serai deux *je*.
Je sera deux *je*.

Sans se déplacer, l'observateur (la 3e personne) ne peut voir qu'un des 2.

Le processus de téléportation peut-il être instantané ?

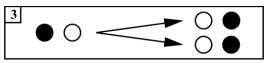
Étape 2 : téléportation avec délai



À la 1re personne : idem. Le délai ne change rien.
À la 3e personne : il est à Bruxelles,
puis il n'est plus là et un an après il est à Washington.

4. http://iridia.ulb.ac.be/~marchal/publications/SANE2004MARCHALAbstract.html

Étape 3 : duplication



Washington $\mathsf{P}(\mathrm{W}) = 1/2$
Moscou $\mathsf{P}(\mathrm{M}) = 1/2$

Nous dirons qu'une chose future est certaine lorsqu'elle est certaine pour tous les dupliqués.

Je ne sais pas prédire avec certitude que je serai à Washington ou à Moscou.

Commentaire personnel

Problème de temps. Je *serai*... : embarque une notion de 3e personne.

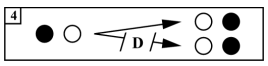
Pourquoi ne pas poser la question à l'arrivée, avant que le *je* ne sache où il est, mais *après* le transport.

Certitude de l'incertitude...

"**certitude** n.f. **1.** Ce qui est certain. *Ce n'est pas une hypothèse, mais une certitude.* **2.** Assurance pleine et entière que l'on a de la vérité, de la réalité de quelque chose ; conviction." [Larousse]

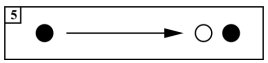
"**déterminisme** (allemand *Determinismus*) n.m. **1.** Conception philosophique selon laquelle il existe des rapports de cause à effet entre les phénomènes physiques, les actes humains, etc. **2.** Enchaînement de cause à effet entre deux ou plusieurs phénomènes." [Larousse]

Étape 4 : duplication avec délai



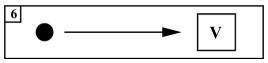
$\mathsf{P}(\mathrm{W}) = 1/2$
$\mathsf{P}(\mathrm{M}) = 1/2$

Étape 5 : téléportation sans annihilation



$\mathsf{P}(\mathrm{B}) = \mathsf{P}(\mathrm{W}) = 1/2$

Étape 6 : dans un univers virtuel



On refait les 5 premières étapes dans un univers virtuel. La 1re personne ne fait pas la différence.

Commentaire personnel

Si il est dupliqué dans l'univers virtuel, il faut lui dire. Donc il saura si il est ou non dans l'univers virtuel. Sinon l'incertitude est *posée dans* le protocole de

"**idéalisme** n.m. **1.** PHILOSOPHIE Tendance philosophique qui ramène ou subordonne toute existence à la pensée. **2.** Attitude, caractère d'une personne qui aspire à un idéal élevé, souvent utopique. *L'idéalisme de la jeunesse.*" [Larousse]
"**Idéalisme** : philosophie qui place la pensée et les idées au centre de toute chose. La philosophie kantienne est un idéalisme dans la mesure où Kant fait dériver la connaissance de l'acte personnel consistant à penser par soi-même." [Kant Milan]

"**idée** (latin *idea*) n.f. [...] **7.** PHILOSOPHIE Essence intelligible des choses sensibles ; concept, notion. *L'idée de blancheur. L'idée de mort.*" [Larousse]
"**Idée** : la plus haute forme de la pensée. L'idée nous fait remonter à l'inconditionné, qui est la source de tout le conditionné. Dieu est une idée. La liberté est une idée." [Kant Milan]

"**matière** (latin *materia*) n.f. **3.** PHILOSOPHIE Corps, réalité matérielle (par opposition à âme, à esprit)." [Larousse]
"**Matière** : aspect sensible des objets de la nature, par opposition à la forme, qui renvoie à leur aspect intelligible." [Kant Milan]

"**nature** (latin *natura*) n.f. **1.** Ensemble des êtres et des choses qui constituent l'univers, le monde physique ; réalité. Les merveilles de la nature." [Larousse]
"**Nature** : ensemble des phénomènes. On ne sait pas ce qu'est la nature. On ne connaît d'elle, en toute rigueur, que l'ensemble de ses manifestations." [Kant Milan]

"**noumène** (grec *nooumenon*) n.m. PHILOSOPHIE Pour Kant, chose en soi, au-delà de toute expérience possible (par opposition à phénomène)." [Larousse]
"**Noumène** : si les phénomènes désignent ce qui apparaît, les noumènes désignent les idées de ce qui apparaît, lesquelles n'apparaissent pas." [Kant Milan]

"**ontologie** (grec *ôn*, *ontos*, être, et *logos*, science) n.f. PHILOSOPHIE **1.** Étude de l'être en tant qu'être, de l'être en soi. **2.** Étude de l'existence en général, dans l'existentialisme." [Larousse]
"**Ontologie** : science de l'être. L'être est le fondement de tous les fondements, et l'ontologie est la science de cet être." [Kant Milan]

"**phénomène** (grec phainomenon, ce qui apparaît) n.m. **1.** Fait observable ; événement. *Chercher les causes d'un phénomène.* – PHILOSOPHIE Pour Kant, ce qui est perçu par les sens, ce qui apparaît et se manifeste à la conscience (par opposition à noumène). **2.** Fait, événement qui frappe par sa nouveauté ou son caractère exceptionnel." [Larousse]
"**Phénomène** : tout ce qui apparaît. Tout ce qui se manifeste dans le sensible." [Kant Milan]

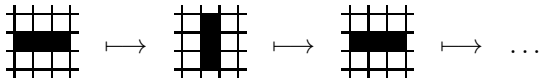
"**physicalisme** n.m. PHILOSOPHIE Théorie qui affirme que le langage de la physique peut constituer un langage universel convenant à toutes les sciences. (Le physicalisme a été élaboré par certains représentants du cercle de Vienne, Carnap notamment.)" [Larousse]

"**principe** (latin *principium*) n.m. **1.** Cause première ; origine, source. *Remonter jusqu'au principe de toutes choses.* **2.** Proposition admise comme base d'un

Annexes

Jeu de la vie de Conway

Si cellule morte □ avec exactement 3 voisines vivantes ■ alors naît ■.
Si cellule vivante ■ avec 2 ou 3 voisines vivantes ■ alors survit ■
sinon meurt □.



Lexique autour du problème du corps et de l'esprit

"**monisme** (du grec *monos*, seul) n.m. PHILOSOPHIE Doctrine selon laquelle tout ce qui est se ramène, sous les apparences de la multiplicité, à une seule réalité fondamentale (par opposition à dualisme, à pluralisme)." [Larousse]

"**dualisme** (du latin *dualis*, de deux) n.m. **1.** Système de pensée religieuse ou philosophique qui admet deux principes irréductibles, opposés dès l'origine (par opposition à monisme). *Dualisme manichéen du bien et du mal.* **2.** Coexistence de deux éléments différents (par opposition à pluralisme). *Dualisme des partis.* **3.** HISTOIRE Système politique qui, de 1867 à 1918, régla les relations de l'Autriche et de la Hongrie, ces deux États formant alors l'Autriche-Hongrie." [Larousse]

"**pluralisme** n.m. **1.** Conception qui admet la pluralité des opinions et des tendances en matière politique, sociale, économique, syndicale, etc. **2.** PHILOSOPHIE Doctrine selon laquelle il n'existe que des êtres individuels, sans liens entre eux, irréductibles à l'unité d'une quelconque substance (par opposition à monisme, à dualisme)." [Larousse]

"**épiphénomène** n.m. **1.** Phénomène secondaire, sans importance, périphérique. **2.** PHILOSOPHIE Ce qui s'ajoute à un phénomène sans réagir sur lui." [Larousse]

"**épistémologie** (grec *epistêmê*, science, et *logos*, étude) n.f. Partie de la philosophie qui étudie l'histoire, les méthodes, les principes des sciences. – Épistémologie génétique : théorie de la connaissance d'inspiration évolutionniste, confrontant le développement de la connaissance chez l'enfant à la constitution des notions utilisées par chaque science. (Elle a été développée par Jean Piaget.)" [Larousse]

"**forme** (latin *forma*) n.f. [...] **5.** PHILOSOPHIE Principe qui détermine la matière et lui apporte une essence déterminée, chez Aristote et plus généralement en métaphysique. – Chez Kant, ce qui structure la connaissance (lois des pensées, intuitions a priori de la sensibilité), par opposition à la matière, apportée par l'expérience." [Larousse]
"**Forme** : les objets de la nature ont une matière et une forme. La forme désigne l'aspect intellectuel des objets de la nature, par opposition à leur aspect matériel." [Kant Milan]

l'expérience.

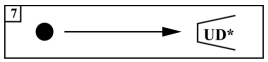
Étape 7 : dans un déployeur universel concret

Par la TC (thèse de Church) il existe un DU (déployeur universel), c.-à-d. un programme qui "exécute" *tous* les programmes.

DUC : supposons qu'il existe un DU concret, qui exécute réellement *tous* les programmes. Il se déploye intégralement.
L'Univers réel doit alors être infiniment expensif.

Commentaire personnel

Un DU est comme un OS (Operating System) multitâche qui lancerait l'exécution d'un programme de plus à chaque cycle, les énumérant tous.
Un DUC serait un tel OS (qui est aussi un programme) exécuté sur un ordinateur réel (mais idéalisé car disposant d'une mémoire et d'un temps non limités).



Je suis à côté du DU, une craie dans la main. Si je lâche la craie, qu'est-ce que *je* vais voir ? ...

Conclusion : MEC + MAT + DUC $\implies \perp$

La physique doit être réduite à une statistique sur les calculs.
La physique devient une branche de l'informatique.

Commentaire personnel

On pourrait plutôt faire le pari (postulat) que nous ne sommes pas dans un univers virtuel ? Peu importerait alors le fait qu'un univers virtuel contiendrait des copies de nous qui pourrait faire (à tort) le même pari.

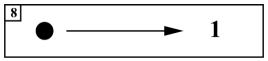
Dans ce cas 7 ne permet pas de conclure.

Dans le cas où nous serions dans un univers virtuel, il faudrait garantir la pérénité de cet univers virtuel. Sinon nous serions face à un malin génie, le Power Off.

Si on me duplique alors ...
Si il y a un DU qui "tourne" alors ...

Problème avec les probabilités ! Le nombre de fois que chaque fonction calculable apparaît dans la liste de tous les programmes dépend du choix du langage universel. Donc les probabilités de chaque histoire computationnelle en dépend aussi ?...

7 Samedi 22 novembre 2008 : Étape 8 – MGA (Movie Graph Argument) 1 et 2



Cf. MGA 1 et MGA 2[5] (Bruno Marchal, [Everything])

Le MGA permet de se passer de l'existence concrète d'un DU.

Supervénience physique : l'expérience de la conscience supervient sur l'activité physique du cerveau.

MGA 1

Il y a un milliard d'années s'est passée une catastrophe cosmique, à un milliard d'années-lumière d'ici.

Aujourd'hui Alice, avec un cerveau artificiel (un réseau booléen de `NOR`, avec délai) passe un examen oral de mathématique.

Durant cet examen le cerveau d'Alice subit un dysfonctionnement. Mais *chaque* erreur est corrigée fortuitement par des rayons cosmiques émanant de la catastrophe. (Les rayons cosmiques n'ont pas d'autre influence.)

À la fin de l'examen, un dernier rayon cosmique répare définitivement son cerveau.

Est-ce qu'Alice était consciente durant l'examen ? . . . Oui.

Durant l'examen, la conscience d'Alice supervient sur (son cerveau + l'"oracle" cosmique).

Commentaire personnel

Problème de la volonté ?. . . Rétroaction. . .

MGA 2

Alice rêve. Supposons qu'il n'y a ni entrée ni sortie : en quelque sorte elle hallucine et est paralysée.

On peut projeter le réseau booléen de `NOR` composant son cerveau sur un plan, sans ambiguïté de croisement.

On peut alors remplacer chaque croisement par une combinaison de `NOR`.

Commentaire personnel

Utiliser cette propriété : $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow B = A$ ou $(A \oplus B) \oplus B = A$

5. http://www.mail-archive.com/everything-list@eskimo.com/msg15051.html et http://www.mail-archive.com/everything-list@eskimo.com/msg15109.html

41 Samedi 5 septembre 2009 : Fonctions

$\forall A, B$ finis : $\#\left(B^A\right) = (\#B)^{\#A}$

$$\forall A, B : \#\{f \in B^A \mid f \text{ est constante}\} = \begin{cases} \#B & \text{si } A \neq \emptyset \\ 1 & \text{si } A = \emptyset \end{cases}$$

$$\forall A \text{ fini} : \#\mathcal{P}(A) = 2^{\#A} = \sum_{i=0}^{\#A} \binom{\#A}{i}$$

? $\forall A, B$ finis $, \forall k \in \mathbb{N} :$ $\#\{f \in B^A \mid \text{im } f \leqslant k\} \leqslant \binom{\#B}{k} k^{\#A}$; $\#\{f \in B^A \mid \text{im } f = k\} \leqslant \binom{\#B}{k} k^{\#A} - \binom{\#B}{k-1}(k-1)^{\#A}$?

? $\forall A, B$ finis : $\#\{f \in B^A \mid f \text{ est surjective}\} \leqslant (\#B)^{\#A} - (\#B)(\#B-1)^{\#A}$?

$\forall A$ fini : $\#\{f \in A^A \mid f \text{ est surjective}\} = (\#A)!$

42 Samedi 12 septembre 2009 : Théologie

43 Samedi 19 septembre 2009 : Diagonalisation ; Superpositions quantiques

Pour les diagonalisations fondamentales, cf. [Théologie Machines].

$☺(|0\rangle + |1\rangle) = ☺|0\rangle + ☺|1\rangle$

Commentaire personnel

Qu'est-ce qui permettrait d'affirmer que $☺|0\rangle$ et $☺|0\rangle$ correspondent tous les deux à une "réalité" ?

– von Neumann, Wigner : C'est la conscience humaine qui réduit l'onde.

Équation de Schrödinger et Everett (1957) : On n'a pas besoin de la réduction du paquet d'ondes. L'équation de Schrödinger s'applique aussi à l'observateur.

Bohm : Inspiré par de Broglie. Théorie de l'onde pilote.

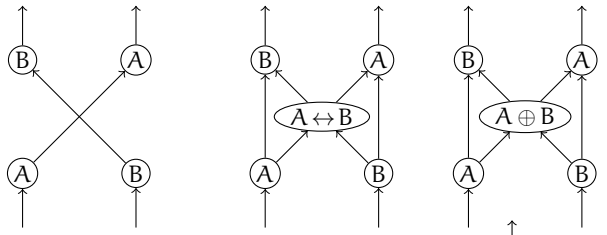
Commentaire personnel

"De nombreux physiciens positivistes, bien représentés par Werner Heisenberg ou Stephen Hawking, pensent que la fonction d'onde ne décrit pas la réalité en elle-même, mais uniquement ce que nous connaissons de celle-ci.
[...]
De même, « l'effondrement de la fonction d'onde » n'a aucune réalité, et décrit simplement le changement de *connaissance* que nous avons du système. Le paradoxe, dans cette approche toujours assez répandue parmi les physiciens, est donc évacué.
[...]
La théorie des univers parallèles introduite par Everett prend le contre-pied de l'approche positiviste et stipule que la fonction d'onde décrit la réalité, et toute la réalité. Il convient de noter que cette théorie ne se prononce pas sur la question de savoir s'il y a duplication de la réalité (*many-worlds*) ou duplication au contraire des observateurs de cette même réalité (*many-minds*), puisqu'elles ne présentent pas de différence fonctionnelle. De manière surprenante, cette théorie emporte l'adhésion de nombreux physiciens, non convaincus par la théorie de la décohérence, non positivistes, et pensant que les lois quantiques sont exactes et complètes.
[...]
la théorie de David Bohm, inspirée des idées de Louis de Broglie, qui reproduit tous les phénomènes connus de la physique quantique dans une approche réaliste, à variables cachées (non locales). Dans cette théorie, il n'existe ni superposition des particules, ni effondrement de la fonction d'onde, et donc le paradoxe du Chat est considéré de ce point de vue comme un artefact d'une théorie mal formulée. Bien que la théorie de Bohm réussisse à reproduire tous les phénomènes quantiques connus et qu'aucun défaut objectif de cette théorie n'ai été mis en évidence, elle est assez peu reconnue par la communauté des physiciens. Elle est pourtant considérée par celle-ci comme un exemple intéressant, et même un paradigme d'une théorie à variables cachées non locales." (*Chat de* Schrödinger/ [Wikipédia], 7 décembre 2006)

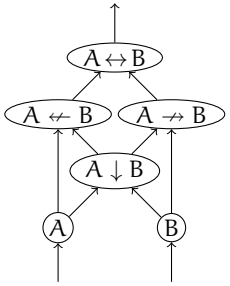
Après n "périodes" : $\mathsf{P}(\text{le chat de Schrödinger est vivant}) = {}^1\!/_{2^n}$
$\mathsf{P}(\text{le chat de Schrödinger est mort}) = \frac{2^n-1}{2^n}$

"Quiconque n'est pas choqué par la théorie quantique ne la comprend pas."
(Niels Bohr)

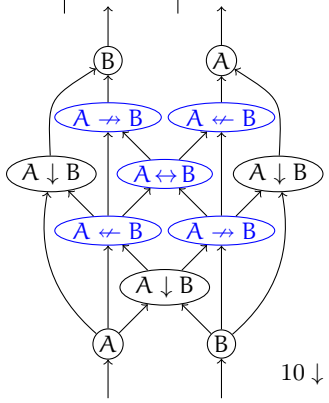
pour remplacer un croisement par des $\leftrightarrow$ ou des $\oplus$



Ensuite tout écrire avec des NOR $\downarrow$:
$A \leftrightarrow B = [A \downarrow (A \downarrow B)] \downarrow [(A \downarrow B) \downarrow B]$



Ce qui donne en tout un graphe booléen de 12 $\downarrow$, que l'on peut simplifier en :



10 $\downarrow$

Ce qui nous permet de remplacer le cerveau artificiel d'Alice par une version plane sans croisement.

On remplace les NOR électroniques par des NOR optiques, et on filme l'activité du graphe obtenu durant le rêve d'Alice.

Maintenant que l'on a ce film, on place le cerveau plane d'Alice dans un fluide entre deux plaques de verre sur lesquelles on projette le film. Le fluide est tel que si un NOR du cerveau d'Alice est défectueux, le film projeté sur les plaques de verre corrige l'erreur.

L'expérience de la conscience supervient sur le cerveau corrigé par le film.

On perd la causalité.

Commentaire personnel

On ne perd pas la causalité : c'est le protocole de l'expérience que l'on *se donne*. Lorsque je dessine un bonhomme lançant une pierre sur une vitre qui la casse, ce n'est pas la pierre qui casse la vitre, c'est moi qui dessine cet enchaînement. Or ce n'est pas mon dessin qui empêche les choses réelles de s'enchaîner causalement.

Pourquoi Alice devrait *refaire* le rêve (avec ou sans NOR défecteux) après qu'il ait été rêvé une première fois et enregistré !

8 Samedi 29 novembre 2008 : Retour sur les 8 étapes

9 Jeudi 4 décembre 2008 : Exposé *Logique quantique et interprétation "mondes multiples" de l'arithmétique*

Dans le cadre du séminaire *Logique et ontologie*[6]

[...]

10 Samedi 6 décembre 2008 : Saint-Nicolas existe

[...]

11 Samedi 13 décembre 2008 : Retour sur UDA

[...]

12 Samedi 20 décembre 2008 : ...

[...]

13 Samedi 3 janvier 2009 : UDA et AUDA

UDA

Si MEC
alors la physique (+ la psychologie) est réductible | à l'informatique théorique
la théorie des nombres
la théologie des machines

Commentaire personnel

Réductible ?

Yuri Manin...

6. http://www.philosophie.ulg.ac.be/logique/logique et ontologie/

"In the Blum-Shub-Smale model of real computation, the Mandelbrot set is not computable, but its complement is computably enumerable."
[Wikipédia]

Les ensembles de Julia :

$$\forall c \in \mathbb{C} : \; J_c := \left\{ z \in \mathbb{C} \;\middle|\; \sup_{n\in\mathbb{N}} |f_c^n(z)| < \infty \right\}$$

$$\boxed{\forall c \in \mathbb{C} : \; J_c \text{ est connexe } \iff c \in M}$$

(Petit programme en Python 3/Tk pour essayer : Mandelbrot Set Tk[15].
Pour vraiment calculer des images : XaoS[16].)

38 Samedi 15 août 2009 : Séries et convergence

Fonction $\zeta(s)$ de Riemann : cf. [Nombres 1].

39 Samedi 22 août 2009 : Computationnalisme

40 Samedi 29 août 2009 : Physique quantique

Dr Quantum – Double Slit Experiment
http://www.youtube.com/watch?v=DfPeprQ7oGc (ReptilianShapeshifte)

Newton : La lumière est constituée de *particules*.
Huygens : La lumière est un phénomène *ondulatoire*.

Planck : Rayonnement du corps noir : apparition de *nombres entiers*.

Einstein : Effet photoélectrique. La lumière *se comporte à la fois comme* une onde et à la fois comme un flux de particules (des photons).

de Broglie : Mécanique ondulatoire : $Ae^{iH(x,t)t}$.

Schrödinger : Équation qui admet la formule de de Broglie comme solution.

Heisenberg, Rutherford, Bohr...

Équation de Schrödinger et réduction du paquet d'ondes :
- Interférence avec l'appareil de mesure (paradoxe EPR).
- Bohr : La physique n'étudie pas la réalité (irréalisme physique fort).

15. http://www.opimedia.be/DS/littletools/index.htm#MandelbrotSetTk
16. http://wmi.math.u-szeged.hu/xaos/doku.php

http://www.youtube.com/watch?v=-lFT4H7E7Ac (FnordPerfect)

Au milieu du crépitement

http://www.youtube.com/watch?v=rwCtrZUIbuM (j9dz2sf)

Samia voit rouge

http://www.youtube.com/watch?v=C95kKDH-ecc (j9dz2sf)

MANDELBROT *ZooM* #24

http://www.youtube.com/watch?v=LrIq_mv0g1w (FractAlkemist)

MANDELBROT *zoom in black and white*

http://www.youtube.com/watch?v=3YzGKMR_wtg (morbidorbits)

Fractal Zoom Out – MANDELBROT

http://www.youtube.com/watch?v=jEsROF75DjA (Gausch)

MANDELBROT *Set Zoom* $10E125$

http://www.youtube.com/watch?v=G0nmVUU_7IQ (phaumann)

MANDELBROT *zoom* $10E90$

http://www.youtube.com/watch?v=1l9N5aOnxuQ (phaumann)

Baroque MANDELBROT *Zoom*

http://www.youtube.com/watch?v=WAJE35wX1nQ (FlyByPC)

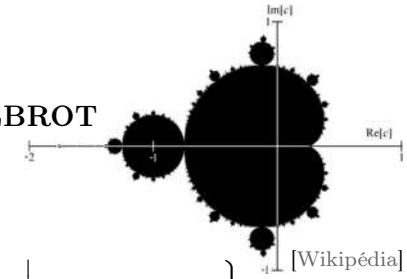
Brain Liquid

http://www.youtube.com/watch?v=YFIh8PGUOCQ (Trashhold1)

MANDELBROT *Fractal Zoom: rainbow island twists*

http://www.youtube.com/watch?v=G-LHSkQCo3E (iamafractal)

37 Samedi 8 août 2009 : Ensemble de MANDELBROT



[Wikipédia]

$\forall c \in \mathbb{C}:\ f_c : \mathbb{C} \overset{\sim}{\longrightarrow} \mathbb{C}$
$z \longmapsto z^2 + c$

L'ensemble de MANDELBROT $M := \left\{ c \in \mathbb{C} \;\middle|\; \sup_{n\in\mathbb{N}} |f_c^n(0)| < \infty \right\}$

$\forall c \in \mathbb{C}:\ c \in M \iff (\forall n \in \mathbb{N}:\ |f_c^n(0)| \leqslant 2)$ $\quad M \subset B(0,2)$

M est compacte, connexe, d'intérieur non vide

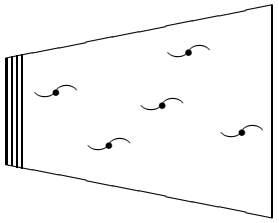
M est symétrique d'axe $\mathbb{R}$ $\quad (c \in M \iff \overline{c} \in M)$

$M \cap \mathbb{R} = [-2, 1/4]$

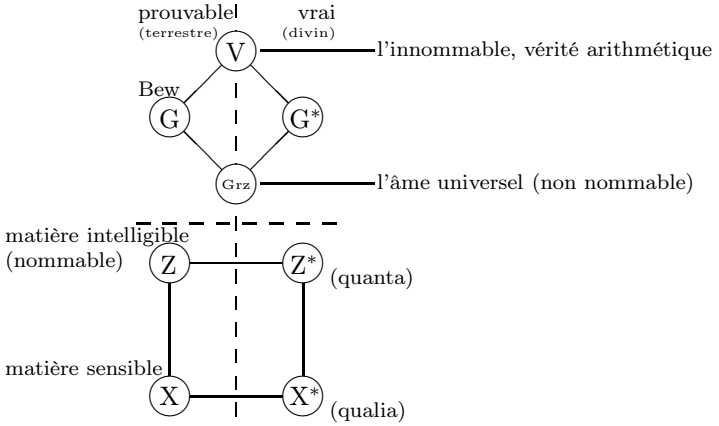
Dimension de HAUSDORFF de M = 2

? Est-ce que le périmètre est infini ?

On abandonne donc la supervénience physique.



AUDA



14 Samedi 10 janvier 2009 : TOE : Theory of Everything

Théologie (pure), que l'on attache à une machine M :
Th(M) = (Vrai sur M) \ (Propositions prouvables sur M)

On se limite aux machines saines ($\Box p \to p$), donc consistante.

Ontologie

$RA \vdash \exists x \ldots$

Arithmétique de ROBINSON (RA) :
- calcul propositionnel classique
- logique des prédicats du premier ordre
- sept axiomes arithmétiques :
  - $\forall x:\ 0 \neq s(x)$

?

– $\forall x \forall y :\ s(x) = s(y) \to x = y$
– $+$
– $.$

Notion d'existence : $\exists x \ldots$ (par ex. 1 existe car RA prouve $\exists x :\ x = s(0)$)

Epistémologie

$$\text{futur}(S) = \bigcup_{\infty} \underbrace{(\text{COMP} \to S)}_{\text{histoire computationnelle qui passe par } S}$$

Tout est nombre ?

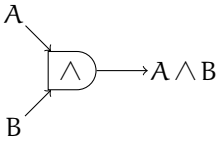
Commentaire personnel

Toute *pensée rationnelle* est nombre.

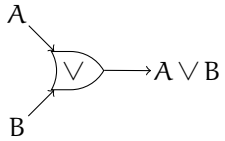
15 Samedi 24 janvier 2009 : Graphe booléen

On se donne :

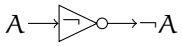
$\wedge$ (et) :



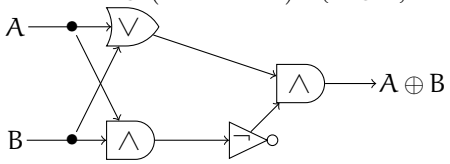
$\vee$ (ou) :



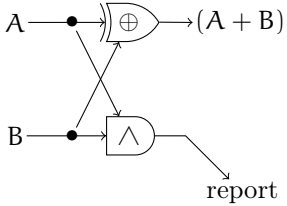
$\neg$ (non) :



On construit $\oplus$ (ou exclusif) : $(A \oplus B) \longleftrightarrow [(A \vee B) \wedge \neg(A \wedge B)]$

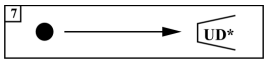


Ce qui permet de construire un demi-additionneur $1/2+$:



une boîte virtuelle dans un Bruxelles virtuel. Avant le transport on me demande où je vais me sentir être. Réponse : Je vais me sentir être dans un Bruxelles virtuel qui est pour moi semblable au vrai Bruxelles, par hypothèse.

35.4 Étape 7 – Dépoyeur universel concret



Supposons que nous soyons dans un univers de Hoyle (c.-à-d. un univers indéfiniment expansif) dans lequel se déploye un DU concret.

Je suis à côté du DU une craie à la main. Je vais lâcher la craie. Quelle va être mon expérience subjective ?

Commentaire personnel

Si ma personne en dehors du DU à une place privilégiée alors ce qui se passe dans le DU est plus secondaire. Sinon c'est absurde de la considérer avec une craie en main et de lui demander ce qui va se passer pour elle.

Ce qui va arriver à *la* craie.
≠ Ce que *je* va en voir.

Incertitude (subjective), par définition, car incertitude sur l'*ensemble considéré*.

Le physicien ne peut *pas savoir* que ces principes sont bons. C'est bien pour cela qu'il les postule. Puis il confronte la théorie par expériences.

36 Samedi 1er août 2009 : Vidéos Mandelbrot et évolution animaux

Butterfly eggs and caterpillar survival – Life in the Undergrowth – BBC Attenborough
http://www.youtube.com/watch?v=GCo2uCLXvhk (BBCWorldwide)
Body Invaders
http://www.youtube.com/watch?v=vMG-LWyNcAs (NationalGeographic)

Considérations sur la Géologie
http://www.youtube.com/watch?v=g9iOORSU9zk (j9dz2sf)
Mandelbrot *Intro*
http://www.youtube.com/watch?v=Xmt3_5AJvQg (mushk45)
Glomey Fractal

Commentaire personnel

Quid dans le cadre des univers parallèles ?

On *doit* admettre cette règle éthique que les deux dupliqués sont autant humains l'un que l'autre et que de leur "original".

Commentaire personnel

Il n'y a pas d'autre éthique que celle que l'on se *donne*. La Nature s'en fout que nous soyions des barbares ou pas.

35.1 Étape 4 – duplication avec délai

Washington $P(W) = 1/2$
Moscou $P(M) = 1/2$

Nozick défend l'hypothèse du continuateur le plus "proche". Ces expériences montrent que cela ne tient pas.

Commentaire personnel

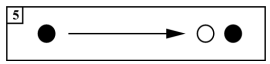
Et si malgré tout il y avait toujours un continuateur le plus "proche", sans que l'on puisse savoir lequel c'est ?

Pourquoi ne pas poser la question après duplication, avant révélation ? ...

☺ $P(x = 0) = P(x = 1) = 1/2$

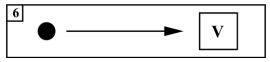
Je suis dans une des deux boîtes, *après* duplication, sans avoir vu le numéro x de cette boîte. Je ne sais pas si je vais voir un numéro 0 ou 1 (donc je ne sais pas si je suis à W ou à M), mais je sais que c'est un des deux.

35.2 Étape 5 – Téléportation sans annihilation



C'est équivalent à une duplication.

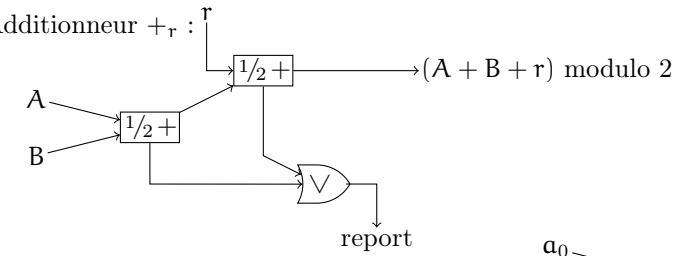
35.3 Étape 6 – Reconstitution dans un univers virtuel



Commentaire personnel

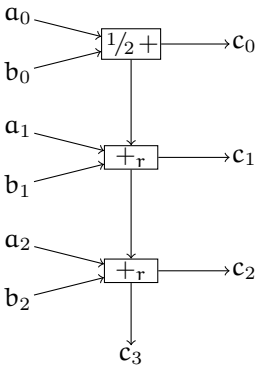
J'entre dans une boîte à Bruxelles, on me scanne, m'annihile et me reconstitue dans

Additionneur $+_r$:



Additionneur sur 3 bits :

$$\begin{array}{r} \overline{a_2 a_1 a_0}^{\,2} \\ +\,\overline{b_2 b_1 b_0}^{\,2} \\ \hline \overline{c_3 c_2 c_1 c_0}^{\,2} \end{array}$$



16 Samedi 31 janvier 2009 : *Mechanism*

Mechanism : il existe un niveau de description tel que je survis à une multiplication fonctionnelle faite à ce niveau.

La démonstration UDA est (semi-)constructive. On peut la traduire dans le langage d'une MU.

UDA ⟶ AUDA
↓
MU en s'introspectant, la machine va découvrir et justifier les lois de la physique

Commentaire personnel

Comment pourrait-elle sans confrontation avec l'extérieur !

17 Samedi 7 février 2009 : Ensembles ; Ordinaux transfinis

L'ensemble vide : $\emptyset := \{\}$

A est un sous-ensemble de l'ensemble B :
$A \subseteq B \overset{\triangle}{\iff} \forall x\,(x \in A \implies x \in B)$

L'ensemble des parties d'un ensemble E :
$\mathcal{P}(E) := \{X \mid X \subseteq E\}$

Exemples : $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\} = \{\{\}\}$
$\mathcal{P}(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\} = \{\{\}, \{\{\}\}\}$
$\mathcal{P}(\{a\}) = \{\emptyset, \{a\}\}$
$\mathcal{P}(\{a, b, c\}) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$

$\boxed{\begin{array}{l}\emptyset \in \mathcal{P}(A)\\ A \in \mathcal{P}(A)\end{array}}$

$\boxed{\#\mathcal{P}(A) = 2^{\#A}}$

Le produit cartésien de A et B :
$A \times B := \{(a, b) \mid a \in A, b \in B\}$

$B^A := \{\text{applications} : A \longrightarrow B\}$

$\boxed{\#\left(B^A\right) = (\#B)^{\#A}}$ $\qquad 1 = \#\left(\emptyset^\emptyset\right) = (\#\emptyset)^{\#\emptyset} = 0^0$

Nombres

Aspect ordinal (ordre) :
$|$ $|$ $|$ $|$ $|$ $\ldots$
premier deuxième troisième quatrième cinquième

Aspect cardinal (quantité) :

	$\vert$	$\vert\vert$	$\vert\vert\vert$	$\vert\vert\vert\vert$	$\ldots$
0	1	2	3	4	

Ordinaux transfinis

$0 = $, $1 = |$, $2 = ||$, $3 = |||$, $\ldots$
$\omega = \aleph_0 = \boxed{|||\ldots}$, $\omega + 1 = \boxed{|||\ldots}|$, $\omega + 2 = \boxed{|||\ldots}||$, $\omega + 3 = \boxed{|||\ldots}|||$, $\ldots$
$\omega.2 = \boxed{|||\ldots}\boxed{|||\ldots}$, $\omega.2 + 1 = \boxed{|||\ldots}\boxed{|||\ldots}|$, $\omega.2 + 2 = \boxed{|||\ldots}\boxed{|||\ldots}||$, $\ldots$
$\ldots$
$\epsilon_0, \ldots$
$\ldots$
$\Gamma_0, \ldots$
$\ldots$

« Je ne sais pas. » (indéterminisme à la première personne)
« En tout cas je n'ai strictement rien perçu. »

---

34 Samedi 4 juillet 2009 : Étape 3 – duplication

Commentaire personnel

Je conserve ma conscience lors des téléportations/duplications. C'est par hypothèse. L'élément à comprendre est que de mon point de vue c'est *comme si* rien ne s'était passé. Je ne peux m'en rendre compte qu'avec une confrontation avec l'environnement qui me permette de faire la différence.

Je monte dans la machine. Quelques secondes passent sans que je ne perçoive quoique ce soit, puis une voix m'informe que le transfert a été effectué et que je peux sortir. Je ne me suis rendu compte de rien, *pour moi*, c'est *comme si* rien ne s'était passé.

Qu'est-ce qui sera écrit dans *mon* carnet lorsque *je* sortirai de la machine ? Évidemment *je* ne sais pas. Mais quel sens cela-a-il puisque je vais devenir deux *je*, il va y a avoir deux carnets !

---

35 Samedi 11 juillet 2009 : Étapes 3 à 7

« Il y a des gens qui pensent en terme de vérité/pas vérité. Normalement quand on fait de la science on n'aborde pas cette question. » !

Si on est digitalement émulable on est duplicable.

Si je peux prédire avec certitude ce que vont vivre mes deux dupliqués alors il y a certitude.

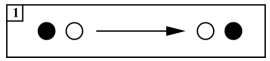
Commentaire personnel

Sous conditions que ce qui est prévu se passera effectivement tel que c'est prévu, alors oui c'est une certitude, il arrivera ce qui est prévu.

Le point de vue de la première personne est un point de vue totalement isolé, donc forcément sans lien.

Lorsque l'on dit que l'on reconstitue à Washington et à Moscou, c'est sous-entendu que c'est nulle part ailleurs.

33.1.1 Étape 1 – téléportation



$\overset{\bullet}{1} = \overset{\bullet}{3}$ (*The Origin of Physical Laws and Sensations*,[14] Bruno Marchal, 2004)

Je monte dans une boîte qui me scanne au bon niveau (ce qui est possible par hypothèse), m'annihile puis me reconstitue ailleurs, dans une autre boîte.

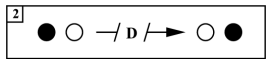
$\overset{\bullet}{1}$: De mon point de vue c'est *comme si* rien ne s'était passé.

$\overset{\bullet}{3}$: À la troisième personne, un observateur constate que je disparais et réapparais dans la seconde boîte.

Commentaire personnel

Pour avoir $\overset{\bullet}{1} = \overset{\bullet}{3}$ il faudrait une téléportation instantanée et sans déplacement ! Sinon cela fait déjà une différence.

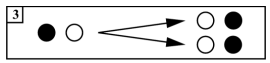
33.1.2 Étape 2 – téléportation avec délai



$\overset{\bullet}{1} \neq \overset{\bullet}{3}$

$\overset{\bullet}{1}$: De mon point de vue c'est toujours *comme si* rien ne s'était passé, peu importe la longueur du délai.

33.1.3 Étape 3 – duplication



Washington
Moscou

Je monte dans une boîte qui me scanne au bon niveau, m'annihile puis me reconstitue dans deux boîtes, à deux endroits différents. *Avant* l'expérience on me demande ce que je vais vivre, où je vais me sentir être. Cette expérience met en évidence un indéterminisme à la première personne.

Commentaire personnel

Je serai deux *je* qui étaient moi. La question me somme de dire lequel je serai !

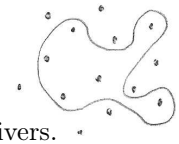
Sans signe extérieur les deux dupliqués ne peuvent savoir où ils sont. D'un point de vue subjectif ils sont totalement les mêmes. Donc jusque là « "Je serai" les deux. ». Après constat d'un signe extérieur il y aura deux *je* différents.

Remarquons que si un seul des deux dupliqués constate où il est, cela les différencie tous les deux.
(Réfléchir sur le cas de deux particules quantiques corrélées, qu'est-ce qui "passe" d'une particule perturbée à l'autre...)

Je rentre dans une boîte, je suis scanné, annihilé, puis reconstitué dans *la même* boîte. On me demande alors « Est-ce que la téléportation a été effectuée ? »

14. http://iridia.ulb.ac.be/~marchal/publications/SANE2004MARCHALAbstract.html

On part de rien, de l'univers (des nombres) vide. On va appliquer deux opérations, le principe de compréhension puis le principe de réflexion. Et on recommence, ad vitam aeternam.

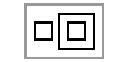


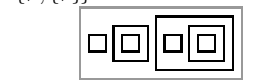
Principe de compréhension : capacité de séparer,
de conceptualiser dans un ensemble, entourer de {}.

Principe de réflexion : placer ce que l'on a "compris" dans l'univers.

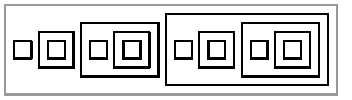
Au commencement il n'y a rien, l'univers est vide. □
On le "comprend", place ce rien entre {}, ce qui donne $0 := \{\} = \emptyset$.
On "réfléchit", place ce résultat dans l'univers.

Dans l'univers il y a $\emptyset$.
On le "comprend", le place entre {}, ce qui donne $1 := \{\emptyset\}$.
On "réfléchit", place ce résultat dans l'univers.

Dans l'univers il y a $\emptyset$ et $\{\emptyset\}$. 
On le "comprend", le place entre {}, ce qui donne $2 := \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$.
On "réfléchit", place ce résultat dans l'univers.

Dans l'univers il y a $\emptyset$, $\{\emptyset\}$ et $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$. 
On le "comprend", le place entre {}, ce qui donne $3 := \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$.
On "réfléchit", place ce résultat dans l'univers.

Dans l'univers il y a $\emptyset$, $\{\emptyset\}$, $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ et $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$.



Et ainsi de suite...

Dans l'univers il y a $\emptyset$, $\{\emptyset\}$, $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$, $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$, ...
On le "comprend", le place entre {},
ce qui donne $\omega := \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \ldots\} = \mathbb{N}$.
On "réfléchit", place ce résultat dans l'univers.

Dans l'univers il y a $\emptyset$, $\{\emptyset\}$, $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$, $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$, ... et ω.
On le "comprend", le place entre {},
ce qui donne $\omega + 1 = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \ldots, \omega\}$.
On "réfléchit", place ce résultat dans l'univers. $(1 + \omega = \omega)$

$\omega + 2$
$\omega + 3$
...

$\omega + \omega = \omega.2$ $(\omega.2 \neq 2.\omega)$
$\omega.2 + 1$
...

$\omega.3$
$\omega.3 + 1$

...

$\omega.\omega = \omega^2$
$\omega^2 + 1$
...

ω^3
...

$\omega^\omega = {}^2\omega$
...

$\omega^{\omega^\omega} = {}^3\omega$
...

$\omega^{\omega^{\omega^{\cdots}}} = {}^\omega\omega =: \varepsilon_0$: limite des capacités cognitives de la machine loebienne, arithmétique de Peano
(Gentzen a démontré la consistance de PA par induction transfinie jusque ϵ_0, dans une théorie *non* plus puisante que PA)
...

Γ_0
...

$\omega_1^{CK} = \{\text{ordinaux constructifs}\}$: premier ordinal non constructif[7]
...

Ordinal limite := nombre ordinal sans prédécesseur
$0, \omega, \omega.2, \omega.3, \ldots, \omega^2, \ldots$

Commentaire personnel

ε_0 est le premier ordinal α tel que $\omega^\alpha = \alpha$ [Wikipédia]

Y a-t-il une définition sans étape ? En quelque sorte ces étapes présupposent les nombres.

Nombres ordinaux, pourtant le principe de compréhension *totalise*. Notion de quantité ?

$\overline{0} := \emptyset = \{\}$
$s : E \longmapsto E \cup \{E\}$ $\qquad \forall n \in \mathbb{N} : \ \overline{n+1} = s(\overline{n})$

$\boxed{\overline{1} = \emptyset \cup \{\emptyset\} = \{\emptyset\} = \{\{\}\}}$ $\qquad \boxed{\overline{2} = \{\emptyset\} \cup \{\{\emptyset\}\} = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}}$ $\qquad \boxed{\overline{3} = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}}$

$\boxed{\forall n \in \mathbb{N} : \ \#\overline{n} = n}$

$\boxed{\forall n \in \mathbb{N} : \ \overline{n} = s^n(\overline{0})}$ $\qquad \boxed{\forall a, b \in \mathbb{N} : \ \overline{a+b} = s^b(\overline{a})}$

7. CK pour Church - Kleene

La réduction du paquet d'ondes c'est un postulat que les physiciens ont ajouté pour empêcher la prolifération des univers qu'ils *observent* dans leur microscope.

Commentaire personnel

Univers parallèles $\neq$ personnes parallèles

33.1 UDA

33.1.0 Étape 0 – hypothèses

COMP : mécanisme digital indexical. (indexical : ça me concerne moi)
$\simeq$ Je suis une machine.
(Chacune de mes parties est remplaçable par d'autres « matériaux ».)
$\simeq$ Il existe un niveau de description tel que j'observe que mon vécu n'est pas altéré après une "transplantation de mon cerveau" par un "cerveau artificiel".

Le computationnalisme, en boutade, c'est la possibilité de sauver son âme sur une disquette.

Commentaire personnel

Je suis une machine implique que je *suis*.

Il existe un niveau de description tel que *si* ... alors ..., n'implique pas que je suis, ni que l'on puisse effectivement faire la "transplantation".

Soit la possibilité de faire la transplantation est une hypothèse que l'on ajoute, auquel cas la duplication en est un corollaire immédiat. Soit cette hypothèse n'est pas requise, et les expériences de duplication se placent implicitement dans un cadre où c'est possible, mais alors quid lorsque l'on sort du cadre de chaque expérience...

Sauvée sur une disquette mon "âme" est figée *jusqu'à* être réimplanter, en attendant cette "âme" *n'est pas*.

On va prendre l'hypothèse neurocomputationnaliste (mon esprit est lié à mon cerveau) mais le raisonnement reste valable sans.

On accepte pour simplifier la réflexion que le niveau de substitution est "haut", par exemple au niveau des neurones, pas plus fin. On rediminuera le niveau à l'étape 7.

Résultat des expériences par la pensée :
$\boxed{\text{COMP} \Longrightarrow \text{le physicalisme ne marche pas}}$

Si on accepte COMP, on accepte en principe la téléportation comme moyen de transport.

que *nous* acceptons.

32 Samedi 20 juin 2009 : Univers parallèles ; Vérité

La physique quantique sans la réduction du paquet d'onde débouche sur les univers parallèles.

Ceux-ci existent *autant que* celui dans lequel on est.

Commentaire personnel

En quoi un état superposé *dans un* univers implique l'existence effective d'autres univers !

La réalité objective étant *définie comme* une théorie sur la Réalité, notre univers n'existe *pas plus* que les univers parallèles.

Il y a interférence (sans interaction) entre les univers parallèles, c.-à-d. que pour évaluer la probabilité d'un événement dans un univers donné il faut tenir compte de tous les univers.

Théologie (recheche de la Vérité pour Platon) des machines.

33 Samedi 27 juin 2009 : UDA, étapes 0 à 3

Dieu est le mot fourre-tout pour désigner la réalité fondamentale, ...

On ne sait pas ce que c'est mais par définition c'est le machin qu'on cherche.

Commentaire personnel

C'est plutôt le machin qu'on ne sait pas ce que c'est à partir duquel on construit un savoir.

Problème du corps et de l'esprit (cette formulation marque un dualisme), c'est le problème de la relation entre conscience et la Réalité.

Lire *Les états multiples de l'être* de René Guénon

Commentaire personnel

Rejeter l'idée que le monde existe indépendamment de moi ce serait une forme de solipsisme.

$$\forall a, b \in \mathbb{N} : \left| \begin{array}{l} \overline{a} \subseteq \overline{b} \iff a \leqslant b \\ \overline{a} \cap \overline{b} = \min\{\overline{a}, \overline{b}\} \\ \overline{a} \cup \overline{b} = \max\{\overline{a}, \overline{b}\} \end{array} \right.$$

$\omega = \lim\limits_{n \to \infty} s^n(\overline{0})$

18 Samedi 14 février 2009 : Cardinaux transfinis ; Ensembles indénombrables

Quelques ordinaux :

$$\underbrace{0 \ \ldots \ \omega = \aleph_0 \quad \ldots \quad \epsilon_0 \quad \ldots \quad \Gamma_0 \quad \ldots}_{\text{constructifs}} \quad \omega_1^{CK} \quad \ldots$$

Quelques ordinaux, plus resserrés :

$$\underbrace{0 \ \ldots \ \Gamma_0 \quad \ldots \quad \omega_1^{CK} \quad \ldots}_{\text{dénombrables}} \quad \aleph_1 \quad \ldots$$

La suite des cardinaux :

$\aleph_0 :=$ premier ordinal infini $= \omega = \mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$

$\aleph_1 :=$ premier ordinal non dénombrable

$\quad =$ premier ordinal qui contient tous les dénombrables

$\aleph_2 \ \aleph_3 \ \ldots \ \aleph_\omega \ \ldots \ \aleph_{\omega_1^{CK}} \ \ldots$

$\#\mathbb{R} = \#2^{\mathbb{N}} = 2^{\aleph_0}$ est la puissance du continu

Hypothèse du continu (c'est indécidable dans ZF et dans ZFC) : $\boxed{\aleph_1 \stackrel{?}{=} 2^{\aleph_0}}$

C'est la notion de bijection qui permet de comparer la taille des ensembles infinis, de classer les cardinaux.

$2\mathbb{N} \subset \mathbb{N}$

Et pourtant l'ensemble de tous les naturels $\mathbb{N}$ a la même taille que l'ensemble des naturels pairs $2\mathbb{N} = \{0, 2, 4, 6, \ldots\}$, car il existe une bijection entre eux.

Par ex., $\mathbb{N} \xrightarrow{\sim} 2\mathbb{N}$ $\quad n \longmapsto 2n$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	...
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	
0	2	4	6	8	10	12	14	16	...

Je noterai $\boxed{\mathbb{N} \simeq 2\mathbb{N}}$

$\boxed{\mathbb{N} \simeq \mathbb{Z}}$

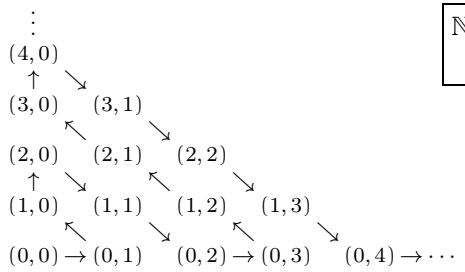
$$\begin{array}{rcl} \mathbb{N} & \overset{=}{\longrightarrow} & \mathbb{Z} \\ n & \longmapsto & (-1)^n . \frac{n + \frac{1+(-1)^{n+1}}{2}}{2} \\ & = & \begin{cases} \frac{n}{2} & \text{si } n \text{ est pair} \\ -\frac{n+1}{2} & \text{si } n \text{ est impair} \end{cases} \end{array}$$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	...
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	
0	−1	1	−2	2	−3	3	−4	4	...

Un ensemble infini E est dit dénombrable (ou énumérable) si $\mathbb{N} \simeq E$.

Établir une bijection entre $\mathbb{N}$ et un ensemble E c'est parvenir à *lister* (énumérer) les éléments de E en les prenant une et une seule fois chacun.

$\boxed{\mathbb{N} \simeq \mathbb{N} \times \mathbb{N}}$



$\boxed{\begin{array}{l} \mathbb{N} \simeq \mathbb{N} \times \mathbb{N} \times \mathbb{N} \\ \quad \simeq \mathbb{N} \times \mathbb{N} \times \cdots \times \mathbb{N} \end{array}}$

Commentaire personnel

$\boxed{(\exists \text{ bijection } : A \overset{=}{\longrightarrow} B) \iff (\exists \text{ bijection } : B \overset{=}{\longrightarrow} A)}$

$\boxed{\begin{array}{l} A \subseteq B \\ \exists \text{ surjection } : A \overset{=}{\longrightarrow} B \end{array} \Longrightarrow \exists \text{ bijection } : A \overset{=}{\longrightarrow} B}$

$\boxed{\begin{array}{l} B \subseteq A \\ \exists \text{ injection } : A \overset{=}{\longrightarrow} B \end{array} \Longrightarrow \exists \text{ bijection } : A \overset{=}{\longrightarrow} B}$

$\boxed{\mathbb{N} \simeq \mathbb{Q}}$ Ce qui est plus étonnant, car $\mathbb{Q}$ est un ensemble dense : entre deux rationnels il en existe toujours un troisième.

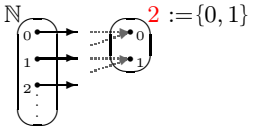
$\boxed{\mathbb{N} \simeq \{\text{nombres algébriques}\}}$

$\boxed{\forall \text{ alphabet fini } A : \ \mathbb{N} \simeq \{\text{expressions finies sur } A\}}$

Commentaire personnel

Comment démontrer qu'il n'y a pas d'infini plus petit que $\mathbb{N}$?

Une application : $\mathbb{N} \longrightarrow 2$



(cela correspond à une suite (infinie) de 0 et de 1)

L'ensemble de toutes ces applications
$2^{\mathbb{N}} := \{\text{applications} : \mathbb{N} \longrightarrow 2\}$

Commentaire personnel

Ainsi défini c'est plutôt une réalité *subjective*, une *théorie* d'un présupposé "Objet" objectif. Alors comment appelle-t-il le réel "Objet" d'étude ?

Il appelle *réalité* les théories ! En découle évidemment une "désincarnation" de la "Réalité"... Ce qu'il ne faut pas formuler en "Le Monde est une fiction" mais bien "La fiction *que je me fais* du Monde est une fiction".

Ce n'est pas de l'"Objet" dont je peux douter, c'est de l'*idée* que je m'en fais. Ma conscience (dont j'ai l'expérience la plus intime) présuppose l'existence d'un "Objet" et en interragissant avec, elle peut interroger.

On a dans la tête une machine à produire des *images*.

"Ceci n'est pas une pomme."

Si on ne peut douter de la conscience, elle n'est pas scientifique.

Rêves lucides : « Ils savent qu'ils rêvent. »

Commentaire personnel

Alors qu'il faut douter de l'état d'éveil ! Dans un rêve lucide, on *croit* savoir (à juste titre) que l'on rêve.

L'argument du rêve : Ils nous arrivent de faire des rêves dans lesquels nous avons une très forte sensation de réalité. Alors qu'en nous réveillant nous constatons bien que ce n'était qu'un rêve. Ces expériences devraient nous faire douter de nos moments éveillés, après tout peut-être "rêvons"-nous encore.

Évidemment *si* nous "rêvons" cela se tient. Mais si nous ne "rêvons" pas cela ne tient plus. C'est tout au plus un argument pour se poser la question. Et la réponse c'est que ce qui semble faire la force de l'argument c'est les réveils, ce qui ne nous arrivent justement pas dans la réalité.

Le contenu des rêves est disparate.
La réalité elle se poursuit, malgré les interruptions.

Conscience pris dans un sens primitif.

Exemple d'expérience de la conscience : une mouche me pique, ce qui provoque un signal que je perçois.

Commentaire personnel

Le signal provoqué est de l'ordre du réflexe, la réaction à ce signal peut n'être rien de plus.

Il y a un lien entre conscience et conscience morale.

Commentaire personnel

Avoir un sens moral nécessite la conscience. Mais la conscience peut très bien être amorale. Est immoral ce qui franchit la barrière de l'acceptable. Est acceptable ce

Commentaire personnel

D'un point de vue épistémologique c'est l'esprit qui est premier. En effet, pour percevoir il faut un esprit. Mais quant est-il de la *réelle* ontologie ? Que l'on ne peut connaître, mais il n'empêche qu'elle est supposée être là.

Ma conscience je ne peux pas en douter, puisqu'elle m'est nécessaire pour douter.

"Je pense, donc je suis."
Mais je ne suis pas *parce que* je pense, plutôt je *sais* que je suis parce que je pense. Et j'ai la possibilité de penser parce que je suis.

Je suis, c.-à-d. *je* est.

La conscience est portée par une substance, dont je ne peux mettre en doute la présence. Mais je n'en connais pas la nature.

Le problème à résoudre est comment expliquer la conscience à partir d'une matière sans conscience.

31 Samedi 13 juin 2009 : UDA

Le physicalisme ne tient pas debout.
La réalité physique n'est pas la réalité fondamentale.
En fait il n'y a que les nombres.

La matière va devenir comme des observables stables.

UDA : argument du dovetelleur (déployeur) universel [13]

On reste le plus neutre possible, sans engagement ontologique. Mais on se refuse le solipsisme.

Je ne dois pas douter de mon expérience subjective. Par exemple, si j'ai mal au dent je n'ai aucune raison d'en douter.

Commentaire personnel

Je ne doute pas que *j'ai* une expérience subjective. Par contre je ne peux affirmer qu'elle correspond bien à ce qu'elle suggère.

"Principes de la science" :
conscience := ce dont je ne peux douter
réalité objective := (objet d'étude de la science) ce dont je peux douter
(car les théories sont toujours hypothétiques)

13. C'est la TC qui le permet universel.

On va utiliser la diagonalisation (de CANTOR) pour démontrer l'existence d'un cardinal plus grand que $\aleph_0$.

$\boxed{\mathbb{N} \not\simeq 2^{\mathbb{N}}}$ (L'ensemble de ces applications n'est pas dénombrable, c'est un infini plus grand.)

Démonstration (par l'absurde)
Supposons $\mathbb{N} \simeq 2^{\mathbb{N}}$
$\exists$ bijection

$\mathbb{N} \dashrightarrow 2^{\mathbb{N}}$	
$0 \longmapsto f_0$	
$1 \longmapsto f_1$	
$2 \longmapsto f_2$	
$3 \longmapsto f_3$	
$\dots$	$\dots$

0	1	2	3	…
$\underline{f_0(0)}$	$f_0(1)$	$f_0(2)$	$f_0(3)$	…
$f_1(0)$	$\underline{f_1(1)}$	$f_1(2)$	$f_1(3)$	…
$f_2(0)$	$f_2(1)$	$\underline{f_2(2)}$	$f_2(3)$	…
$f_3(0)$	$f_3(1)$	$f_3(2)$	$\underline{f_3(3)}$	…
		$\dots$		

1re diagonalisation :
Soit l'"antidiagonale" g telle que $\forall n \in \mathbb{N} :\ g(n) := 1 - f_n(n)$
$\forall n \in \mathbb{N} :\ g(n) \in 2$ donc $g \in 2^{\mathbb{N}}$ (g est dans le tableau)
donc $\exists k \in \mathbb{N} :\ f_k = g$ (c.-à-d. $\forall n \in \mathbb{N} :\ f_k(n) = g(n)$)

2e diagonalisation :
En particulier $f_k(k) = g(k) = 1 - f_k(k)$
donc $2f_k(k) = 1$ et $f_k(k) = 1/2$
KO (un tableau avec *toutes* ces applications est impossible)

Donc la supposition ($\mathbb{N} \simeq 2^{\mathbb{N}}$) est fausse, et sa négation ($\mathbb{N} \not\simeq 2^{\mathbb{N}}$) est vraie. □

(Pour d'autres utilisations de la diagonalisation cf. [Théologie Machines], leçons des samedis 15 et 22 décembre 2007 et la récapitulation fin du samedi 19 janvier 2008.)

19 Samedi 21 février 2009 : Diagonalisations ; Récursivement énumérable (r.e.)

A est dénombrable $B \subseteq A$	$\Longrightarrow$ B est dénombrable

$\boxed{\mathbb{N} \not\simeq \mathbb{R}}$

Commentaire personnel

Une fonction est totale (partout définie) ou partielle (non partout définie).

Une application est une fonction partout définie.

Une bijection est une application bijective.

Une fonction $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ est calculable
$\overset{\triangle}{\iff}$ il existe un langage
dans lequel on peut décrire de façon *finie* comment calculer f
$\forall n \in \operatorname{dom} f$: le calcul de $f(n)$ est fini

$\forall A \subseteq \mathbb{N}$:
A est énumérable (ou dénombrable) $\overset{\triangle}{\iff}$ A est fini ou $\exists$ bijection : $\mathbb{N} \xrightarrow{\sim} A$
$\iff$ $\exists$ surjection : $\mathbb{N} \twoheadrightarrow A$
A est récursivement énumérable (r.e.)
$\overset{\triangle}{\iff}$ A est fini ou $\exists$ bijection calculable : $\mathbb{N} \xrightarrow{\sim} A$
$\iff$ $\exists$ surjection calculable : $\mathbb{N} \twoheadrightarrow A$
A est récursif $\overset{\triangle}{\iff}$ A et $\mathbb{N} \setminus A$ sont r.e. (on peut tester l'$\in$ *et* la $\notin$ à A)

$\forall A \subseteq \mathbb{N}$: A est récursif $\iff$ $\mathbb{N} \setminus A$ est récursif
A est fini $\implies$ A est récursif

Et si on se restreint au applications calculables ?

$\mathbb{N} \simeq \{\text{programmes}\}$

Il y a une bijection entre $\mathbb{N}$ et $2^{\mathbb{N}}_{\text{calculable}}$ mais elle n'est pas calculable :

$\mathbb{N} \simeq 2^{\mathbb{N}}_{\text{calculable}}$ $\qquad$ $2^{\mathbb{N}}_{\text{calculable}}$ est énumérable mais n'est pas r.e.

Cf. la diagonalisation erronée dans [Théologie Machines], leçon du samedi 22 décembre 2007 et la récapitulation fin du samedi 19 janvier 2008.

Le prix à payer de l'universalité c'est que des programmes ne vont pas s'arrêter.

Il n'y a pas d'algorithme qui permet de discerner les fonctions totales des fonctions partielles car si il y en avait un on aurait un algo. qui permet de calculer la bijection.

Concernant les programmes il n'y a pas de théorie complète capable de répondre aux questions sur les programmes.

Soit $\mathcal{F}_{\text{calc}}$ $:= \{\text{fonctions (totales ou partielles) calculables} : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}\}$
$=: (\varphi_i)_{i \in \mathbb{N}}$
$W_i := \operatorname{dom} \varphi_i \subseteq \mathbb{N}$ $\qquad$ $(x \in W_i \iff \varphi_i(x)\downarrow)$

$\mathcal{F}_{\text{calc}}$ est r.e. $\qquad$ (c.-à-d. $\exists$ bijection calculable : $\mathbb{N} \xrightarrow{\sim} \mathcal{F}_{\text{calc}}$)

$$\begin{array}{cccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & \dots \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ \varphi_0 & \varphi_1 & \varphi_2 & \varphi_3 & \varphi_4 & \dots \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ W_0 & W_1 & W_2 & W_3 & W_4 & \dots \end{array}$$

bijection calculable : $\mathbb{N} \xrightarrow{\sim} \mathcal{F}_{\text{calc}}$

surjection calculable : $\mathcal{F}_{\text{calc}} \twoheadrightarrow \{E \in \mathcal{P}(\mathbb{N}) \mid E \text{ est r.e.}\}$

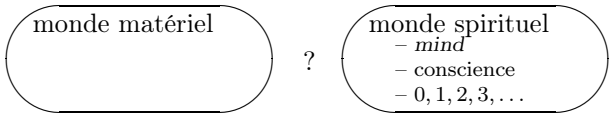
machine loebienne $\vdash \Box p \to \Box\Box p$

$\Diamond p \longrightarrow \neg\Box\Diamond p$ $\qquad$ (formule modale C)
$\Diamond\top \longrightarrow \neg\Box\Diamond\top$
$\neg\Box\bot \longrightarrow \neg\Box\neg\Box\bot$: si je ne dis jamais de bêtises alors je ne peux l'affirmer.
$\Box\neg\Box\bot \longrightarrow \Box\bot$:
si j'affirme que je ne dis jamais de bêtises alors je dis des bêtises.

30.2 Problème du corps et de l'esprit

Le problème du corps et de l'esprit (*mind-body problem*) a été étudié par
- les religions :
  - juive
  - chrétienne
  - musulmane

  Qui reprennent en grande partie Aristote.
- Plotin
- Aristote



Il s'agit de penser la relation entre les deux :
- monisme : un seul principe dont dérivent les autres
  - monisme matérialiste : la matière est primordial
  - monisme spiritualiste : l'esprit est primordial
- dualisme : deux principes irréductibles (en relation ou pas)
  - dualisme interactionniste
  - dualisme épiphénoménologiste

Noumènes et phénomènes

"Je pense, donc je suis."

La conscience on ne peut pas en douter.
Alors que la matière on peut en douter.

« Je ne mets pas en doute l'apparence de la matière. »

(Leo Strauss : méthodologie de lecture pour décrypter le vrai sens dans les textes "voilés".)

$\mathbb{N} \setminus E$, elle associe donc chaque φ_x qui est la fonction factorielle à un $\varphi_{h(x)}$ qui n'est pas la fonction factorielle. C'est une transformation qui invaliderait le théorème du point fixe. **KO** □

Théorème de RICE :

Un sous-ensemble extensionnel non trivial de $\mathbb{N}$ n'est pas récursif

Commentaire personnel

Refaire le tout avec $\varphi_0^{(0)}, \varphi_1^{(0)}, \varphi_2^{(0)}, \dots$
$\varphi_0^{(1)}, \varphi_1^{(1)}, \varphi_2^{(1)}, \dots$
$\varphi_0^{(2)}, \varphi_1^{(2)}, \varphi_2^{(2)}, \dots$
$\dots$

$\Phi : \overline{\mathbb{N}} \times \overline{\mathbb{N}} \longrightarrow \overline{\mathbb{N}}$
$(a, b) \longmapsto a\Phi b := \varphi_a(b)$

30 Samedi 6 juin 2009 : Problème du corps et de l'esprit

30.1 Arithmétiques

Avec le computationnalisme l'arithmétique est suffisante.

RA (arithmétique *sans* les axiomes d'induction) est universel.
RA sait simuler PA, ZF et les autres machines universelles.

Dans RA on sait définir l'exponentielle (GÖDEL a fait cela avec le théorème des restes chinois et le théorème fondamental de l'arithmétique).

Dans RA *sans* la multiplication $\times$, on ne sait pas définir $\times$.

Commentaire personnel

Ne peut-on définir $\times$ en ajoutant un *schéma* d'axiomes ?

PA (arithmétique *avec* les axiomes d'induction) *sans* s et *sans* $\times$ est très puissante mais n'est pas universel.

Dans PA *sans* la fonction successeur s et *sans* l'addition $+$, on ne sait définir ni s ni $+$.

(Dans l'arithmétique de DEDEKIND il y a des axiomes d'induction du second ordre.)

RA $\nvdash \Box p \to \Box\Box p$ (formule modale 4)
RA $\vDash \Box p \to \Box\Box p$

$\forall i \in \mathbb{N} :\ W_i$ est r.e. (c.-à-d. W_i est fini ou $\exists$ bijection calculable : $\mathbb{N} \xrightarrow{\sim} W_i$)

On dovetelle, le programme ajoute les éléments de W_i les uns après les autres.

$E \subseteq \mathbb{N}$ est r.e. $\implies \exists i \in \mathbb{N} : E = W_i$

Démonstration

Soit $E \subseteq \mathbb{N}$ et r.e., c.-à-d. $\exists$ bijection calculable $f : \mathbb{N} \xrightarrow{\sim} E$

La réciproque f^{-1} est aussi une bijection calculable, $f^{-1} : E \xrightarrow{\sim} \mathbb{N}$
donc dom $f^{-1} = E$ et $f^{-1} \in \mathcal{F}_{\text{calc}}$

Donc $\exists k \in \mathbb{N} : f^{-1} = \varphi_k$
$E = \text{dom } f^{-1} = \text{dom } \varphi_k = W_k$ □

Commentaire personnel

Si TC alors {fonctions calculables} est dénombrable,
mais si pas TC qu'est-ce qui le garantit ?

20 Samedi 28 février 2009 : Diagonalisations

$\{W_i \mid i \in \mathbb{N}\} = \{E \in \mathcal{P}(\mathbb{N}) \mid E \text{ est r.e.}\} = \{E \subseteq \mathbb{N} \mid E \text{ est r.e. }\}$

Il y a des sous-ensembles de $\mathbb{N}$ qui ne sont pas r.e. :
$\{W_i \mid i \in \mathbb{N}\} \subset \mathcal{P}(\mathbb{N})$ car $\#\{W_i \mid i \in \mathbb{N}\} = \aleph_0 < 2^{\aleph_0} = \#\mathcal{P}(\mathbb{N})$

Commentaire personnel

$\emptyset \in \mathcal{P}_{\text{finie}}(\mathbb{N}) := \{\text{sous-ensembles finis de } \mathbb{N}\} \subset \{W_i \mid i \in \mathbb{N}\}$

$\mathbb{N} \in \{W_i \mid i \in \mathbb{N}\}$

$\forall k, l \in \mathbb{N} :\ W_k \cap W_l \in \{W_i \mid i \in \mathbb{N}\}$ $\quad \bigcap_{i \in \mathcal{P}_{\text{finie}}(\mathbb{N})} W_i \in \{W_i \mid i \in \mathbb{N}\}$

car exécuter *entièrement* les deux programmes P_k et P_l
correspond à un programme P_m dont $W_m = W_k \cap W_l$

$\forall k, l \in \mathbb{N} :\ W_k \cup W_l \in \{W_i \mid i \in \mathbb{N}\}$ $\quad \bigcup_{i \in \mathcal{P}(\mathbb{N})} W_i \in \{W_i \mid i \in \mathbb{N}\}$

car exécuter alternativement les deux programmes P_k et P_l *jusqu'*à ce qu'il y en ai un qui termine correspond à un programme P_m dont $W_m = W_k \cup W_l$

$(\mathbb{N}, \{W_i \mid i \in \mathbb{N}\})$ est un espace topologique

Les points sont les $n \in \mathbb{N}$
Les ouverts sont les W_i et les fermés sont les $\mathbb{N} \setminus W_i$

$\forall A \in \mathcal{P}(\mathbb{N}) :$ A est un voisinage de $n \in \mathbb{N} \overset{\triangle}{\iff} \exists i \in \mathbb{N} : n \in W_i \subseteq A$
L'adhérence de A, $\overline{A} :=$ (plus petit fermé $\supseteq A$)

$\forall n \in \mathbb{N} : \begin{array}{|l} \{n\} \text{ est un ouvert} \\ \{n\} \text{ est un fermé} \end{array}$ (Or tout ouvert est un voisinage de ses points)
(Or tout fermé est égal à son adhérance)

$(\mathbb{N}, \{W_i \mid i \in \mathbb{N}\})$ est séparé (Deux points distincts admettent des voisinages disjoints)

21 Samedi 7 mars 2009 : Diagonalisations ; Ordinaux transfinis

La fonction constante 0 : $f : \mathbb{N} \overset{\nearrow}{\longrightarrow} \mathbb{N}$
$n \longmapsto 0$

En λ-calcul : $(\lambda x.0)$

En Lisp : (`lambda` (x) 0)

En pseudo-code procédural :

```
begin
  read x
  write 0
end
```

Pour l'URM de Cutland [8] : 1) Z(1)

Commentaire personnel

Quelle est la différence entre une fonction *calculable* et un programme ?
Si on considère dans les deux cas qu'il s'agit d'une représentation, il n'y en a "aucune". Seulement lorsque l'on parle de fonction on pense à l'objet mathématique (implicitement référencé) et lorsque l'on parle de programme on pense à la suite de symboles, le code source.

La température de la semaine prochaine sera du passé comme le reste dans deux semaines.

La température de la semaine prochaine est calculable (autant que la température de la semaine dernière).

```
begin
  wait 1 semaine
  x = le relevé de température
  write x
end
```

8. Cf. [Théologie Machines].

– $\varphi_e(x) = \varphi_x(e)$
avec $T = \lambda x \lambda y \,.\, \varphi_x(y)$

Commentaire personnel

Une énumération $(\varphi_i)_{i\in\mathbb{N}}$ acceptable étant donnée, est-ce que cela détermine un langage dont les programmes sont les naturels ?

29 Samedi 30 mai 2009 : Théorème du point fixe

Les énumérations des fonctions calculables qui satisfont
l'axiome 1 : $\exists u \in \mathbb{N}, \forall x, y \in \mathbb{N} :\ \varphi_u(x,y) = \varphi_x(y)$
et l'axiome 2 (théorème de la paramétrisation, théorème S_{MN}) :
$\exists S \in \mathbb{N}^{\mathbb{N}\times\mathbb{N}}$ calculable, $\forall i, x, y \in \mathbb{N} :\ \varphi_i(x,y) = \varphi_{S(i,x)}(y)$
satisfont aussi le **Théorème du point fixe** (Rogers) :

$\forall T \in \mathbb{N}^{\mathbb{N}}$ calculable , $\exists k \in \mathbb{N} :\ \varphi_{T(k)} = \varphi_k$

(c.-à-d. que quelque soit la transformation elle laissera au-moins un élément de la liste des $(\varphi_i)_{i\in\mathbb{N}}$ inchangé)

Démonstration
Soit une application $T : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ calculable
$T'(x,y) := \varphi_{T(x)}(y)$ est une application $T : \mathbb{N}\times\mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ calculable ? et ax.1 ? ? et ax.1 ?
Donc par le second théorème de récursion
$\exists k \in \mathbb{N}, \forall y \in \mathbb{N} :\ \varphi_k(y) = T'(k,y) = \varphi_{T(k)}(y)$ □

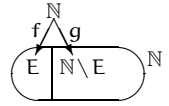
Par exemple : $T := \lambda x \,.\, (x+1) = \mathrm{succ}(x)$
Ce T n'a pas de point fixe, par contre $\exists k :\ \varphi_{k+1} = \varphi_k$

PA n'est pas seulement une machine qui calcule mais aussi une machine qui prouve. PA est capable de prouver ces théorèmes.

$\{x \in \mathbb{N} \mid \varphi_x$ est la fonction factorielle$\}$ n'est pas récursif

Démonstration (par l'absurde)
$E := \{x \in \mathbb{N} \mid \varphi_x$ est la fonction factorielle$\}$
Supposons que E soit récursif,
c.-à-d. que $\exists$ bijection calculable $f : \mathbb{N} \overset{\sim}{\longrightarrow} E$
et $\exists$ bijection calculable $g : \mathbb{N} \overset{\sim}{\longrightarrow} \mathbb{N} \setminus E$

Soit $h : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$
$$x \longmapsto \begin{cases} g\left(f^{-1}(x)\right) & \text{si } x \in E \\ f\left(g^{-1}(x)\right) & \text{si } x \notin E \end{cases}$$



? h est une bijection calculable qui intervertit les éléments de E avec ceux de ?

28 Samedi 16 mai 2009 : Second théorème de récursion de Kleene

Soit `D` un duplicateur :
`DX` donne `XX` et s'arrête
`DA` donne `AA` et s'arrête
`DD` donne `DD` et s'arrête

Commentaire personnel

Pourquoi `DD` s'arrête après avoir donné `DD` ? Parce qu'on l'a décidé ainsi.
Mais alors pourquoi ça commence ?..

Donc c'est un truc extérieur qui fait le boulot.

Le programme Lisp donné en exemple ne se reproduit pas vraiment.
En effet, ce programme

```
(defun p nil
  ...)
(print (p))
```

exécuté *par* une machine Lisp produit la sortie

```
(defun p nil
  ...)
```

qui est un programme qui ne fait rien (donc lui en quelque sorte se reproduit).

L'amibe non plus ne se reproduit (duplique) pas vraiment. Soit on considère l'amibe, c.-à-d. l'individu animal, et il produit un *autre* individu (différent). Soit on considère son code génétique et c'est l'individu qui reproduit le code génétique.

Les énumérations des fonctions calculables qui satisfont
l'axiome 2 (théorème de la paramétrisation, théorème S_{MN}) :
$\exists S \in \mathbb{N}^{\mathbb{N}\times\mathbb{N}}$ calculable, $\forall i, x, y \in \mathbb{N} :\ \varphi_i(x,y) = \varphi_{S(i,x)}(y)$
satisfont aussi le **second théorème de récursion de Kleene** :
$\boxed{\forall T \in \mathbb{N}^{\mathbb{N}\times\mathbb{N}} \text{ calculable}, \exists e \in \mathbb{N}, \forall y \in \mathbb{N} :\ \varphi_e(y) = T(e,y)}$

Démonstration
Soient S qui vérifie ax.2 et T une application calculable.
$T(S(x,x),y) \overset{(\exists i \text{ par TC})}{=} \varphi_i(x,y) \overset{(ax.2)}{=} \varphi_{S(i,x)}(y), \quad \forall x, y$
Donc en particulier pour $x = i$: $T(S(i,i),y) = \varphi_{S(i,i)}(y)$
$e = S(i,i)$ convient
$T(e,y) = \varphi_e(y)$ □

Exemples :
– $T := \lambda x\,.\,x$
$\exists e : \varphi_e() = t(e) = e$

22 Samedi 14 mars 2009 : Diagonale de Cantor, diagonale de Kleene

$\boxed{\mathbb{N} \not\simeq \mathbb{N}^{\mathbb{N}}}$ (Cantor)
Démonstration (par l'absurde)
Supposons $\mathbb{N} \simeq \mathbb{N}^{\mathbb{N}}$
donc $\exists$ suite $(f_0, f_1, f_2, \dots)$ qui énumère *toutes* les applications : $\mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$

1re diagonalisation :
Soit g telle que $g(n) := f_n(n) + 1$
C'est une application : $\mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ donc elle est dans la suite,
c.-à-d. $\exists k \in \mathbb{N} :\ f_k = g$ (ce qui signifie que $\forall n \in \mathbb{N} :\ f_k(n) = g(n)$)

2e diagonalisation :
En particulier, $f_k(k) = g(k) = f_k(k) + 1$
donc $0 = 1$! **KO** (donc la supposition est fausse) □

Un langage c'est la donnée d'un alphabet ({symboles})
et d'une grammaire ({règles de bonne formation}).

Un langage L est universel
$\overset{\triangle}{\Longleftrightarrow}$ je peux décrire dans L *toutes* les fonctions (totales ou partielles) ("intuitivement") calculables : $\mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$

$\boxed{\text{Il n'existe pas de langage universel qui ne décrive que des applications}}$ (Kleene)
Démonstration (par l'absurde)
Supposons qu'il existe L un langage universel qui ne décrive que des applications (c.-à-d. L décrit *toutes* les *applications* calculables : $\mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ et *rien d'autre*)
L'ensemble de ses descriptions est dénombrable et est "générable"
0 1 2 3 4 ...
? ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ bijection calculable : $\mathbb{N} \xrightarrow{\sim} \{\text{descriptions dans L}\}$?
P_0 P_1 P_2 P_3 P_4 ...
↓ ↓ ↓ ↓ ↓ surjection calculable :
f_0 f_1 f_2 f_3 f_4 ... $\{\text{descriptions dans L}\} \twoheadrightarrow \{\text{applications calculables} : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}\}$

1re diagonalisation :
Soit g telle que $g(n) := f_n(n) + 1$
C'est une application : $\mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ qui est calculable,
donc elle est dans la suite, c.-à-d. $\exists k \in \mathbb{N} :\ f_k = g$

2e diagonalisation :
$f_k(k) = g(k) = f_k(k) + 1$
donc $0 = 1$! **KO** □

Existe-t-il un langage universel ? On ne sait pas.
La thèse de Church *prétend* que oui. Elle est non prouvable (en tout cas non prouvée) mais est réfutable (si elle est fausse).

Thèse de Church (TC) :
Le calcul lambda est universel

c'est une hypothèse

Tentons de la réfuter par une diagonalisation.

Supposons qu'il existe L un langage universel
(c.-à-d. L décrit *toutes* les *fonctions* calculables : $\mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$)

$0\ \ 1\ \ 2\ \ 3\ \ 4\ \ \ldots$
? $\downarrow\ \downarrow\ \downarrow\ \downarrow\ \downarrow$ bijection calculable : $\mathbb{N} \xrightarrow{\sim} \{\text{descriptions dans L}\}$?
$P_0\ P_1\ P_2\ P_3\ P_4\ \ldots$
$\downarrow\ \downarrow\ \downarrow\ \downarrow\ \downarrow$ surjection calculable :
$f_0\ f_1\ f_2\ f_3\ f_4\ \ldots$ $\{\text{descriptions dans L}\} \twoheadrightarrow \{\text{fonctions calculables } \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}\}$

1re diagonalisation :
Soit g telle que $g(n) := f_n(n) + 1$
C'est une application $\mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ qui est calculable,
donc elle est dans la suite, c.-à-d. $\exists k \in \mathbb{N} :\ f_k = g$

2e diagonalisation :
$f_k(k) = g(k) = f_k(k) + 1$
Si la valeur $f_k(k) \in \mathbb{N}$ alors on obtiendrait une nouvelle fois $0 = 1$!

Donc (si L est un langage universel) $f_k(k) \notin \mathbb{N}$,
c.-à-d. que la fonction f_k n'est pas définie en k
($P_k(k) \uparrow$, le programme P_k appliqué à k ne termine pas)

Au lieu de parvenir à réfuter TC par la diagonalisation, on a redémontré le théorème de Kleene :
Si un langage est universel alors il décrit aussi des fonctions partielles.

Commentaire personnel

f : fonction : $\mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ — P : programme — L : langage [9]

Propriétés des fonctions :

f est L-calculable $\overset{\triangle}{\iff} \exists P$ dans L : $\begin{cases} \forall n \in \text{dom } f : P(n) \downarrow f(n) \\ \forall n \notin \text{dom } f : P(n) \uparrow \end{cases}$

f est calculable [10] $\overset{\triangle}{\iff} \exists L :$ f est L-calculable

$\boxed{\forall L, \forall f : (f \text{ est L-calculable} \implies f \text{ est calculable})}$

Propriétés des langages :

L est universel [10] $\overset{\triangle}{\iff} \forall f : (f \text{ est calculable} \implies f \text{ est L-calculable})$

L est restreint [11] $\overset{\triangle}{\iff} \forall f : (f \text{ est L-calculable} \implies f \text{ est totale})$

9. Sous-entendu un langage qui ne calcule que des fonctions : $\mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$.
10. Notion "absolue", "externe".
11. Dénomination personnelle.

(catégorie $\simeq$ graphe transitif)

Théorème de Cantor :
$\boxed{\#A < \#\mathcal{P}(A)}$ d'où $\#A < \#\mathcal{P}(A) < \#\mathcal{P}(\mathcal{P}(A)) < \#\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(A))) < \ldots$
(il y a des cardinaux infinis de plus en plus grands)

Démonstration
L'injection naturelle : $A \xrightarrow{\sim} \mathcal{P}(A)$ nous montre que $\#A \leqslant \#\mathcal{P}(A)$
$x \longmapsto \{x\}$

Il suffit maintenant de montrer que $\#A \neq \#\mathcal{P}(A)$, c.-à-d. qu'il n'y a pas de bijection. Par l'absurde, **supposons** la bijection $f : A \xrightarrow{\sim} \mathcal{P}(A)$
1re diagonalisation :
Soit $e := \{x \in A \mid x \notin f(x)\}$
$e \subseteq A$ donc $e \in \mathcal{P}(A)$
f est surjective, donc $\exists k \in A : f(k) = e$
2e diagonalisation :
$k \in e = f(k) \implies k \notin f(k)$
$k \notin e = f(k) \implies k \in f(k)$ KO □

Substitution des caractères `x` par une chaîne de caractères :
`Subst(axbc, def)` = `adefbc`
`Subst(ax, bc)` = `abc`
`Subst(axf, k)` = `akf`
`Subst(x, cfg)` = `cfg`
`Subst(xxex, aa)` = `aaaaeaa`
`Subst(xex, hxh)` = `hxhehxh`
`Subst(a,x#x, x, xh)` = `a,x,xh#x,xh`
`Subst(Subst(x,x), Subst(x,x))` = `Subst(Subst(x,x), Subst(x,x))`

27 Samedi 9 mai 2009 : Digressions

D'après le théorème S_{MN} on peut remplacer une fonction à deux paramètres $A \times B \longrightarrow C$ par une fonction à un paramètre $A \longrightarrow (B \longrightarrow C)$ qui renvoie une fonction.

"En passant par" la théorie des catégories cela ressemble à $\dfrac{A \wedge B \longrightarrow C}{A \longrightarrow (B \longrightarrow C)}$

$\dots$
Σ_2 $\uparrow$plus des machines
Σ_1 r.e.
Σ_0 récursif $\uparrow$degré d'insolubilité

Tot est Σ_2-complet

Σ_1-complet $\iff$ Turing universel

P est Σ_0 $\overset{\triangle}{\iff}$ $\{x \mid P(x)\}$ est récursif
P est Σ_1 $\overset{\triangle}{\iff}$ $\exists x : P(x)$
P est Σ_2 $\overset{\triangle}{\iff}$ $\exists x, \forall y : P(x, y)$
P est Π_1 $\overset{\triangle}{\iff}$ $\forall x : P(x)$
P est Π_2 $\overset{\triangle}{\iff}$ $\forall x, \exists y : P(x, y)$

La propriété d'être Σ_0 est Σ_3.

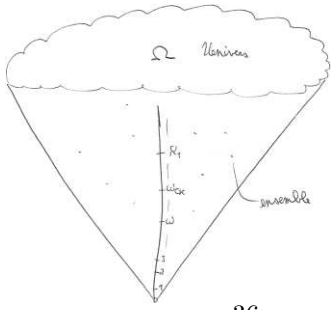
$\dots$
Σ_1^1
Σ_0^1 hiérarchie analytique
$\dots$
Σ_3^0
Σ_2^0
Σ_1^0
Σ_0^0 hiérarchie arithmétique

26 Samedi 25 avril 2009 : Théorème de Cantor

Théorie naïve des ensembles :
Axiome d'extensionalité : $\forall x, \forall y, \forall z : (x = y) \iff (z \in x \iff z \in y)$
Schéma d'axiomes de compréhension : $\{x \mid P(x)\}$
mais alors $e = \{x \mid x \notin x\}$ donne $e \in e \iff e \notin e$ KO
restriction : $\{x \in A \mid P(x)\}$ pour A ensemble

L'univers $\mathcal{U} := \{x \mid x = x\}$ n'est pas un ensemble.

Modèle de ZF :



L est restreint $\iff$ $\forall P$ dans L, $\forall n \in \mathbb{N} : P(n)\downarrow$

f est calculable $\overset{\text{L est universel}}{\Longrightarrow}$ f est L-calculable $\overset{\text{L est restreint}}{\Longrightarrow}$ f est totale
or certaines fonctions ne sont pas totales mais sont calculables
(ex. : fonction nulle non définie en un point)
Ce qui donne simplement le théorème de Kleene.

23 Samedi 28 mars 2009 : [Absent]

24 Samedi 4 avril 2009 : Énumérations acceptables

TC $\implies$ $\exists$ énumération acceptable

Une énumération $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots$ (de *toutes*, possiblement plusieurs fois, les fonctions calculables : $\mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$) est dite acceptable (notion de Rogers) si pour une bijection calculable $\langle\ ,\ \rangle : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \xrightarrow{\sim} \mathbb{N}$
$(x, y) \longmapsto \langle x, y\rangle$

Axiome 1 (existence d'une machine universelle, Post et Turing) :
$\exists u \in \mathbb{N}, \forall x, y \in \mathbb{N} : \varphi_u(\langle x, y\rangle) = \varphi_x(y)$ [12] $\varphi_u(\langle x, \bullet\rangle) = \varphi_x$
Axiome 2 (théorème de la paramétrisation, théorème S_{MN}) :
$\exists S \in \mathbb{N}^{\mathbb{N}\times\mathbb{N}}$ calculable, $\forall i, x, y \in \mathbb{N} : \varphi_i(\langle x, y\rangle) = \varphi_{S(i,x)}(y)$
ou $\exists s \in \mathbb{N}, \forall i, x, y \in \mathbb{N} : \varphi_i(\langle x, y\rangle) = \varphi_{\varphi_s(\langle i,x\rangle)}(y)$ $\varphi_i(\langle x, \bullet\rangle) = \varphi_{\varphi_s(\langle i,x\rangle)}$

Avec les combinateurs : l'ax.1 est trivial : $Ixy = xy$
l'ax.2 est implicite : $Axy = ((Ax)y)$

Les énumérations $(\varphi_i)_{i\in\mathbb{N}}$ issues des langages habituels sont acceptables.

Commentaire personnel

Par ax. 1, $\exists u, \forall x, y : \varphi_u(x, y) = \varphi_x(y)$
Par ax. 2, $\exists s, \forall x, y : \varphi_u(x, y) = \varphi_{\varphi_s(u,x)}(y)$
Donc $\exists u, \exists s, \forall x, y : \varphi_{\varphi_s(u,x)}(y) = \varphi_x(y)$

$\exists u, \exists s, \exists x, \forall y : \varphi_{\varphi_s(u,x)}(y) = y$

12. x correspond à un programme et y à ses données.

Si on dit que φ_i est un programme, φ_{φ_i} est un méta-programme.
$\{\varphi_i \mid i \in \mathbb{N}\} = \{\varphi_{\varphi_i} \mid i \in \mathbb{N}\}$

$$\begin{array}{cccccc}
0 & 1 & 2 & 3 & 4 & \dots \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\
P_0 & P_1 & P_2 & P_3 & P_4 & \dots \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\
\varphi_0 & \varphi_1 & \varphi_2 & \varphi_3 & \varphi_4 & \dots \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\
W_0 & W_1 & W_2 & W_3 & W_4 & \dots
\end{array}$$

$\boxed{\varphi_i \text{ est totale} \iff W_i = \mathbb{N}}$

$\boxed{\{i \in \mathbb{N} \mid \varphi_i \text{ est totale}\} \text{ est énumérable mais pas r.e.}}$

$\boxed{\forall i \in \mathbb{N}, \exists k \in \mathbb{N} : \ W_i = \text{im } \varphi_k}$

$\boxed{\forall k \in \mathbb{N}, \exists i \in \mathbb{N} : \ W_i = \text{im } \varphi_k}$

Commentaire personnel

$$\begin{array}{cccccccc}
0 & 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & & \mathbb{N} \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & & \downarrow \text{ bijection “calculable”} \\
P_0 & P_1 & P_2 & P_3 & P_4 & \dots & & \{\text{programmes} : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}\} \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & & \downarrow \text{ surjection “calculable”} \\
\varphi_0 & \varphi_1 & \varphi_2 & \varphi_3 & \varphi_4 & \dots & & \{\text{fonctions calculables} : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}\} \\
\downarrow\downarrow & \downarrow\downarrow & \downarrow\downarrow & \downarrow\downarrow & \downarrow & & & \downarrow\downarrow \text{ surjections “calculables”} \\
W_0\, I_0 & W_1\, I_1 & W_2\, I_2 & W_3\, I_3 & W_4\, I_4 & \dots & & \{E \in \mathcal{P}(\mathbb{N}) \mid E \text{ est r.e.}\}
\end{array}$$

$\varphi_i :=$ fonction $: \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ calculée par P_i
$W_i :=$ dom φ_i
$I_i :=$ im $\varphi_i = \varphi_i(W_i)$

$\boxed{\{I_i \mid i \in \mathbb{N}\} = \{E \in \mathcal{P}(\mathbb{N}) \mid E \text{ est r.e.}\}}$

Démonstration
À montrer $\{I_i \mid i \in \mathbb{N}\} \subseteq \{E \in \mathcal{P}(\mathbb{N}) \mid E \text{ est r.e.}\}$:
Pour P_i, le programme

```
foreach n en dovetellant sur le calcul des Pi(n) :
  write Pi(n)
```

produit $P_i(\mathbb{N}) = \varphi_i(\mathbb{N}) = I_i$ qui est donc r.e.

À montrer $\{I_i \mid i \in \mathbb{N}\} \supseteq \{E \in \mathcal{P}(\mathbb{N}) \mid E \text{ est r.e.}\}$:
Soit $E \subseteq \mathbb{N}$ r.e.
c.-à-d. $\exists$ surjection calculable $f : \mathbb{N} \longrightarrow\!\!\!\!\!\rightarrow E$
f correspond donc à une certaine application calculable φ_k
et $E = f(\mathbb{N}) = \varphi_k(\mathbb{N}) = I_k$ □

25 Samedi 18 avril 2009 : Ensembles r.e. ou récursifs

$\boxed{\begin{array}{l}\{W_i \mid i \in \mathbb{N}\} \\ = \{I_i \mid i \in \mathbb{N}\} \\ = \{E \in \mathcal{P}(\mathbb{N}) \mid E \text{ est r.e.}\} = \{E \subseteq \mathbb{N} \mid E \text{ est r.e.}\} \\ \text{est r.e.}\end{array}}$
l'ensemble des domaines
= l'ensemble des images
= l'ensemble des parties r.e.

Tot $:= \{i \in \mathbb{N} \mid \varphi_i \text{ est totale}\}$ (Tot est Σ_1-complet)
Part $:= \{i \in \mathbb{N} \mid \varphi_i \text{ est strictement partielle}\} = \mathbb{N} \setminus$ Tot

$\boxed{\text{Tot et Part sont énumérables mais non r.e.}}$

Paradoxe de Russell :
Soit $E := \{x \mid x \notin x\}$,
l'ensemble des éléments qui ne se contiennent pas eux-mêmes.
Est-ce que $E \in E$?
Si $E \in E$ alors E doit se contenir lui-même, c.-à-d. $E \notin E$.
Si $E \notin E$ alors E doit se contenir lui-même, c.-à-d. $E \in E$. KO
Conclusion : un tel ensemble n'existe pas.

Pour résoudre le problème on limite le schéma de compréhension $\{x \mid P(x)\}$
par $\{x \mid P(x) \ \wedge (x \in \text{un ensemble})\}$

Commentaire personnel

Est-ce que les intuitionnistes débouchent sur la contradiction ou suspendent-ils leur jugement dans une des deux alternatives ?
Soit $E := \{x \mid \neg(x \in x)\}$: $\begin{array}{l} E \in E \implies \neg(E \in E) \\ \neg(E \in E) \implies \neg\neg(E \in E) \dots ? \end{array}$

$K := \{i \in \mathbb{N} \mid \varphi_i(i) \downarrow\} = \{i \in \mathbb{N} \mid i \in W_i\}$ (K est Σ_2-complet)
$\overline{K} := \mathbb{N} \setminus K = \{i \in \mathbb{N} \mid \varphi_i(i) \uparrow\} = \{i \in \mathbb{N} \mid i \notin W_i\}$

$\boxed{K \text{ est r.e.}}$ $\boxed{\overline{K} \text{ est énumérable mais pas r.e.}}$

c.-à-d. $\boxed{K \text{ est r.e. mais pas récursif}}$

Démonstration
Le programme

```
foreach i en dovetellant sur le calcul des Pi(i) :
  write i lorsque le calcul de Pi(i) vient de se terminer
```

produit $\{i \in \mathbb{N} \mid P_i(i) \downarrow\} = K$ qui est donc r.e.

Supposons maintenant que $\overline{K}$ soit r.e.
donc $\exists k \in \mathbb{N} : \ \overline{K} = W_k$
Si $k \in W_k$ alors $k \notin W_k$
et si $k \notin W_k$ alors $k \in W_k$ KO □